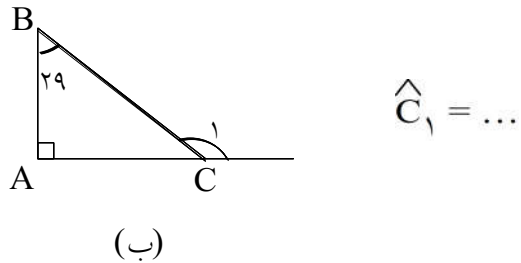
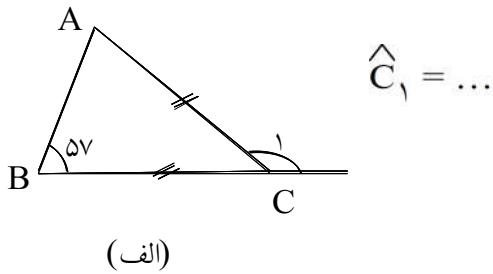


۱- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

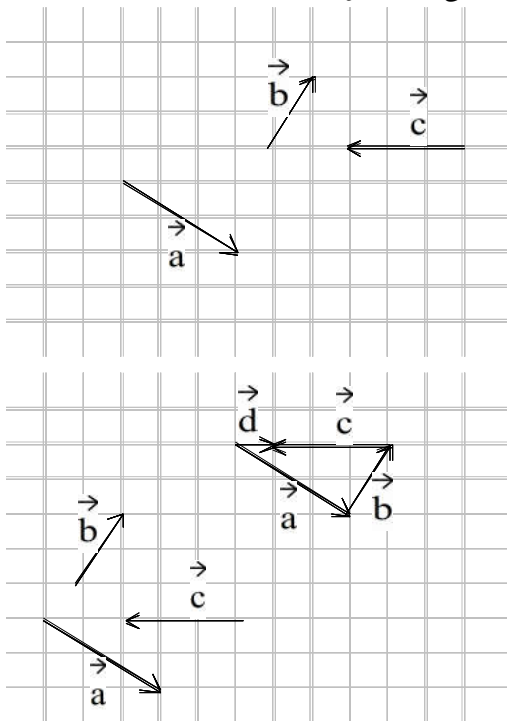


(الف) مثلث، متساوی‌الساقین است و زاویه‌های مجاور به قاعده با هم برابرند، پس:

$$\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B} = 57 + 57 = 114^\circ$$

(ب) در مثلث قائم‌الزاویه:  $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B} = 90 + 29 = 119^\circ$

۲- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کرده و سپس جمع برداری و جمع مختصاتی آنرا بنویسید.



$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

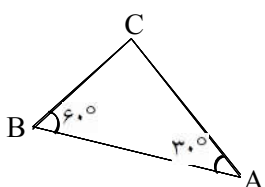
۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC به راس C،  $AB = 24$  و  $\hat{A} = 30^\circ$ ، مساحت این مثلث چقدر است؟

۷۹ (۴)

$76\sqrt{2}$  (۳)

۷۶ (۲)

$72\sqrt{3}$  (۱)



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $BC = \frac{1}{2} AB = 12$        $AC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 12\sqrt{3}$

$$S = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 12\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$$

۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix}$  باشد مختصات بردار  $\overrightarrow{BA}$  کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

انتها = طول بردار + ابتدا

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} + \overrightarrow{BA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵- کدام گزینه یک جفت عدد اولِ دوقلو را نشان می‌دهد؟

$$(۱, ۳) \quad (۲, ۷۰۳) \quad (۳, ۲۶۷) \quad (۴, ۲۸۳) \quad (۵, ۱۰۷, ۱۰۱)$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر دو عدد طبیعی و فرد که ۲ واحد اختلاف داشته باشند و هر دو اول باشند را یک جفت عدد اولِ دوقلو می‌نامند.

با توجه به تعریف فوق، گزینه‌های ۱ و ۵ نمی‌توانند پاسخ صحیح باشند (چرا؟).

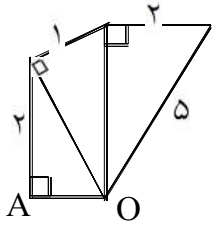
در گزینه‌های ۲ و ۳ داریم:  $۷۰۳ = ۱۹ \times ۳۷$  و  $۲۶۷ = ۳ \times ۸۹$  (اول نیستند)

در گزینه‌ی ۴، (۲۸۱, ۲۸۳) هفدمین جفت اعداد اولِ دوقلو می‌باشد. (آیا ۱۶ جفت ماقبلش را می‌شناسید؟)

۶- با توجه به شکل مقابل

الف) مقدار  $OA$  را به دست آورید.

ب) محیط شکل را محاسبه کنید.



از مثلث سمت راست شروع به نوشتن رابطه‌ی فیثاغورس می‌کنیم.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$5^2 = 2^2 + c^2$$

$$25 = 4 + c^2$$

$$25 - 4 = 21 = c^2$$

$$c = \sqrt{21} \text{ ضلع مثلث راست و وتر مثلث وسط}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(\sqrt{21})^2 = 1^2 + c^2$$

$$21 = 1 + c^2$$

$$21 - 1 = c^2$$

$$c = \sqrt{20} \text{ ضلع مثلث وسط و وتر مثلث چپ}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(\sqrt{20})^2 = 2^2 + c^2$$

$$20 = 4 + c^2$$

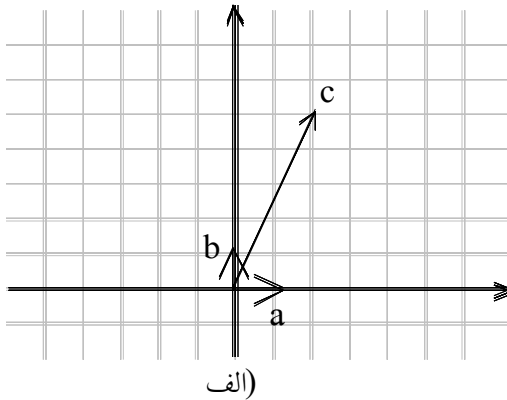
$$20 - 4 = 16 = c^2$$

$$c = \sqrt{16} = 4$$

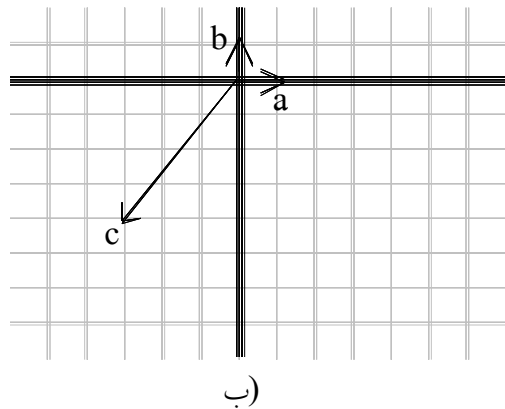
$$p = 4 + 2 + 1 + 2 + 5$$

$$p = 14$$

۷- در شکل زیر بردار  $c$  را بر حسب بردارهای  $a$  و  $b$  بنویسید.



(الف)



(ب)

الف)  $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$

ب)  $\vec{c} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$

۸- اگر دو عبارت  $\frac{a+2}{a+3}$  و  $\frac{2a+1}{a+2}$  معکوس یکدیگر باشند، مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

(۱)

$$\frac{2a+1}{a+2} = \frac{a+3}{a+2} \Rightarrow 2a+1 = a+3 \rightarrow a=2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹- عدد  $3048$  دارای چند شمارنده است؟

۶ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

۳۰۴۸	۲
۱۵۲۴	۲
۷۶۲	۲
۳۸۱	۱۹
۱۹	۱۹
۱	

$$3048 = 2^3 \times 19^2 \Rightarrow (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰- اگر میانگین اعداد  $55$  و  $34$  و  $28$  و  $x$  برابر  $37$  باشد مقدار  $x$  کدام گزینه است؟

۲۹ (۴)

۳۷ (۳)

۳۳ (۲)

۳۱ (۱)

$$\bar{x} = \frac{S}{n} \Rightarrow \frac{x+28+34+55}{4} = \frac{x+117}{4} = 37 \rightarrow x+117=148 \rightarrow x=148-117 \rightarrow x=31$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۱- کدام یک از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 \quad (۲)$$

$$(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (۱)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (۴)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - b^2 \quad (۳)$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - \underbrace{ab} - \underbrace{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

۱۲- حاصل عبارت  $\frac{14^9 \times 14}{7^6 \times 2^6}$  به صورت توان‌دار کدام است؟

(۴)  $2^{15}$       (۳)  $2^4$       (۲)  $14^4$       (۱)  $14^{15}$

$$\frac{14^9 \times 14}{7^6 \times 2^6} = \frac{14^{10}}{14^6} = 14^4$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۱۳- مقدار  $m$  و  $n$  را طوری تعیین کنید که دو بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2n \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1+m \\ -6 \end{bmatrix}$  با هم مساوی باشند.

(۴)  $\begin{cases} m = -3 \\ n = -3 \end{cases}$       (۳)  $\begin{cases} m = -5 \\ n = -3 \end{cases}$       (۲)  $\begin{cases} m = -5 \\ n = 3 \end{cases}$       (۱)  $\begin{cases} m = -3 \\ n = 3 \end{cases}$

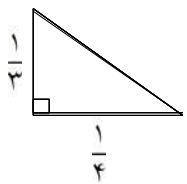
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + m = -4 \quad 2n = -6$$

$$m = -4 - 1 = -5 \quad n = \frac{-6}{2} = -3$$

۱۴- دو ضلع قائم مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  واحد طول است. اندازه وتر این مثلث چه نوع عددی است؟

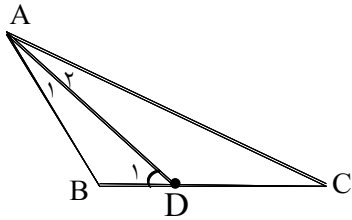
(۱) اصم      (۲) گویا      (۳) طبیعی      (۴) صحیح



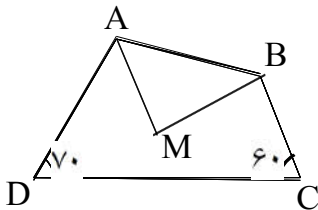
رابطه فیثاغورس:  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = x^2$       گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{16} = x^2 \Rightarrow \frac{16 + 9}{144} = x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{25}{144} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{5}{12}$$

عدد گویا  $\frac{5}{12}$



۱۵- در شکل روبرو  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  و  $\hat{B} - \hat{C} = 90^\circ$  است. ثابت کنید:  $\hat{D}_4 = 45^\circ$ .



۱۶- در شکل زیر AM و BM نیم‌سازند. زاویه‌ی M چند درجه است؟

- (۱)  $115^\circ$
- (۲)  $90^\circ$
- (۳)  $75^\circ$
- (۴)  $65^\circ$

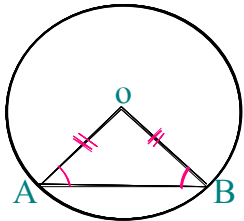
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$360 - (70 + 60) = 230$$

$$230 \div 2 = 115 \text{ نیم‌سازها}$$

$$M = 180 - 115 = 65^\circ$$

۱۷- نکته: در هر مثلث متساوی‌الساقین دو زاویه‌ی مجاور به قاعده با هم برابرند.



$$\angle A = \angle B$$

۱۸- متوازی‌الاضلاع کدام یک از خاصیت‌های زیر را دارد؟

- (۱) دو قطر آن با هم مساوی است.
  - (۲) دو قطر آن بر هم عمودند.
  - (۳) دو قطر دیگر را نصف می‌کند.
  - (۴) زاویه‌های روبرو همیشه مکملند.
- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

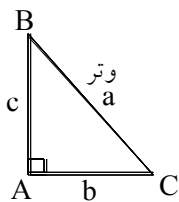
۱۹- در رابطه‌ی  $\frac{2}{3}\vec{x} - \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\vec{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  بردار  $\vec{x}$  برابر است با:

(۱)  $\begin{bmatrix} 36 \\ 12 \end{bmatrix}$       (۲)  $\begin{bmatrix} 12 \\ 36 \end{bmatrix}$       (۳)  $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$       (۴)  $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

$$\frac{2}{3}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{6}\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 12 \\ 36 \end{bmatrix}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۲۰- در هر مثلث قائم الزاویه:



- (۱) مجذور ارتفاع وارد بر وتر برابر است با حاصل ضرب وتر در یک ضلع قائم
- (۲) مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر
- (۳) مجذور هر ضلع قائم برابر است با حاصل ضرب وتر در ضلع دیگر
- (۴) مجذور وتر برابر است با حاصل ضرب مجذورهای دو ضلع دیگر

رابطه فیثاغورس:  $a^2 = b^2 + c^2$

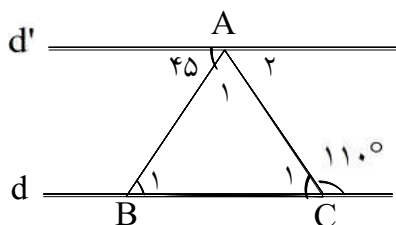
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۱- حاصل عبارت  $(3^{-2} - 2^{-2})^{-1}$  برابر است با:

۱ (۲)	۱۳ (۱)
-------	--------

-۵/۴ (۴)	-۷/۲ (۳)
----------	----------

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۲۲- در شکل مقابل  $d \parallel d'$  است. زاویه  $\hat{A}_p$  چه قدر است؟

- |          |         |
|----------|---------|
| ۴۵° (۲)  | ۴۰° (۱) |
| ۱۱۰° (۴) | ۷۰° (۳) |

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
روش اول:

$$\hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow 110^\circ = \hat{B}_1 + \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{A}_1 = 110^\circ - 45^\circ = 65^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_p = 180 - (45 + 65) = 70^\circ$$

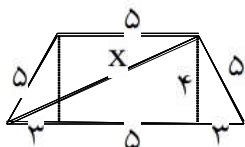
روش دوم:

$$\hat{C}_1 = 180 - 110 = 70^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1 = 70^\circ$$

۲۳- اندازهی هر ساق و قاعدهی کوچک دوزنقه‌ای برابر ۵ و اندازهی قاعدهی بزرگ آن ۱۱ می‌باشد. اندازهی قطر این دوزنقه کدام است؟

- |       |                 |       |                 |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| ۹ (۴) | $3\sqrt{7}$ (۳) | ۸ (۲) | $4\sqrt{5}$ (۱) |
|-------|-----------------|-------|-----------------|

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل قطر دوزنقه (X) وتر مثلث قائم الزاویه‌ای با اضلاع



$$x = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

۴ و ۸ است. بنابراین:

۲۴- اندازهی وتر یک مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه‌ی آن  $45^\circ$  باشد، ۱۰ می‌باشد. مساحت مثلث کدام است؟

- (۱)  $12/5$  (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{اندازه ضلع قائم} = 5/10 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 5\sqrt{2} \Rightarrow S = \frac{5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}}{2} = \frac{25 \times 2}{2} = 25$$

۲۵- کدام یک از گزینه‌های زیر فقط چهار محور تقارن دارد؟

- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) دایره (۴) متوازی الاضلاع

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۲۶- یادآوری اعداد اول

الف) عددهایی که به غیر از یک و خودشان بر هیچ عدد طبیعی دیگری بخش پذیر نباشند را عدد اول گویند. یعنی فقط دو شمارنده‌ی طبیعی دارند: عدد ۱ و خود عدد. مانند ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ... در واقع اعداد اول را نمی‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی غیر از یک و خودش بنویسیم.

۲۷- حاصل عبارت  $A = 2 - 2((-3) - (+5) - (-6) - 1) - (-7) - (+8)$  برابر کدام گزینه است؟

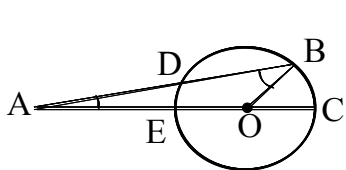
- (۱) -۲۶ (۲) صفر (۳) -۱۴ (۴) +۱۴

$$A = 2 - 2((3 - 5 + 6 - 1) + 7) - 8$$

$$= 2 - 2(10) - 8$$

$$= 2 - 20 - 8 = -26$$

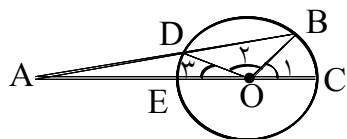
گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.



۲۸- اگر در شکل مقابل  $\widehat{BC} = 75^\circ$  و  $\widehat{B} = 2\widehat{A}$  در این صورت اندازه‌ی کمان  $\widehat{DE}$  چند درجه است؟

- (۱)  $15^\circ$  (۲)  $25^\circ$  (۳)  $30^\circ$  (۴)  $50^\circ$

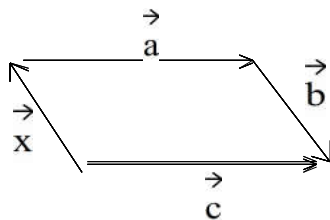
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\widehat{OAB}: \widehat{O}_1 = \widehat{A} + \widehat{B} \xrightarrow{\widehat{B} = 2\widehat{A}} 75 = 3\widehat{A} \Rightarrow \widehat{A} = 25^\circ, \widehat{B} = 50^\circ$$

$$\widehat{OBD}: OB = OD \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{O}_2 = 180 - (\widehat{B} + \widehat{D}) = 80^\circ$$

$$\widehat{O}_3 = 180 - (\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2) = 180 - (75 + 80) = 25^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 25^\circ$$



۲۹- با توجه به شکل بردار  $\vec{x}$  برابر است با:

(۱)  $\vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$

(۲)  $\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}$

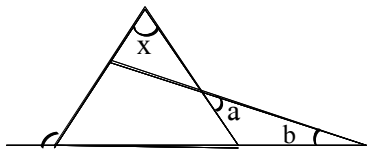
(۳)  $\vec{c} + (\vec{a} - \vec{b})$

(۴)  $\vec{c} + \vec{a} + \vec{b}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\vec{x} + \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$\Rightarrow \vec{x} = \vec{c} - \vec{a} - \vec{b} = \vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$$



۳۰- با توجه به شکل زیر زاویه  $\hat{x}$  کدام است؟

- (۱)  $\hat{c} - \hat{a} - \hat{b}$
- (۲)  $\hat{a} + \hat{c} - \hat{b}$
- (۳)  $\hat{a} + \hat{b} - \hat{c}$
- (۴)  $\hat{b} + \hat{c} - \hat{a}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\hat{c} = \hat{x} + \hat{y} \Rightarrow \hat{x} = \hat{c} - \hat{y}$  در مثلث ABC زاویه خارجی

(۲) در مثلث BDE زاویه خارجی  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}$

رابطه (۲) را به جای  $\hat{y}$  در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم.

در هر مثلث اندازه‌ی خارجی با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور برابر است.

$$\hat{x} = \hat{c} - \hat{a} - \hat{b}$$

۳۱- معادله‌های مختصات زیر را حل کنید.

الف)  $-3x = \begin{bmatrix} 12 \\ -15 \end{bmatrix}$

ب)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

الف)  $-3x = \begin{bmatrix} 12 \\ -15 \end{bmatrix}$

$x = \begin{bmatrix} 12 \\ -15 \end{bmatrix} \div (-3) = \begin{bmatrix} -4 \\ +5 \end{bmatrix}$

ب)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

$x = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+1 \\ -5-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \end{bmatrix}$

$(y - 1)(y - 2)(y - 3)(y - 4) \dots (y - 111) = ?$

۳۹۸۲ (۴)

صفر (۳)

۷۹۶۴ (۲)

-۷۹۶۴ (۱)

۳۲- مقدار عبارت مقابل به ازای  $\sqrt{y} = 3$  کدام گزینه است؟

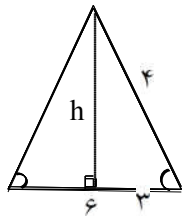
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  $\sqrt{y} = 3 \Rightarrow y = 9$  در عبارت جبری مورد نظر تعدادی عبارت در هم ضرب می‌شود

که یکی از آنها  $(y - 9)$  می‌باشد که به ازای  $y = 9$  حاصل آن صفر می‌شود. پس چون یکی از عبارات صفر می‌شود حاصل ضرب همه آنها در هم دیگر صفر می‌شود.

۳۳- مساحت مثلث متساوی الساقینی که اندازه هر ساق آن ۴cm و قاعده آن ۶cm است. چند سانتیمتر است؟

- (۱)  $4\sqrt{7}$  (۲)  $\sqrt{21}$  (۳)  $3\sqrt{7}$  (۴)  $2\sqrt{21}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$h \text{ ارتفاع} \rightarrow h^2 + 9 = 16 \rightarrow h^2 = 7 \rightarrow h = \sqrt{7}$$

$$S = \frac{h \times \cancel{b}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{7} \text{ مثلث}$$

۳۴- کدام یک از دسته‌های زیر اعداد فیثاغورثی هستند؟

- (۱) ۹، ۸، ۷ (۲) ۱۵، ۱۲، ۱۰ (۳) ۹، ۱۲، ۱۵ (۴) ۱۷، ۱۳، ۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$۱) 9^2 = 8^2 + 7^2$$

$$81 = 64 + 49$$

$$81 \neq 113$$

$$۲) 15^2 = 12^2 + 10^2$$

$$225 = 144 + 100$$

$$225 \neq 244$$

$$۳) 15^2 = 12^2 + 9^2$$

$$225 = 144 + 81$$

$$225 = 225 \checkmark$$

$$۴) 17^2 = 13^2 + 12^2$$

$$289 = 169 + 144$$

$$289 \neq 313$$

۳۵- حاصل عبارت  $\frac{-11}{5} + \frac{2 + \left(-\frac{3}{4}\right)}{3 - 1\frac{3}{4}}$  برابر است با:

(۴) ۱

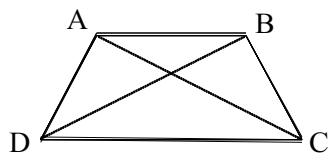
(۳)  $-\frac{6}{5}$

(۲)  $\frac{11}{5}$

(۱)  $\frac{5}{12}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{11}{5} + \frac{\left(2 - \frac{3}{4}\right)}{3 - \frac{7}{4}} = -\frac{11}{5} + \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} = -\frac{11}{5} + \frac{5}{5} = -\frac{6}{5}$$



۳۶- مثال: ثابت کنید در ذوزنقه‌ی متساوی الساقین قطرها با هم برابرند.

پاسخ: مثلث  $\widehat{ADC}$  و  $\widehat{BDC}$  را در نظر می‌گیریم:  
خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \widehat{D} &= \widehat{C} \\ BC &= AD & \Rightarrow \widehat{ADC} &= \widehat{BDC} \Rightarrow \boxed{AC = BD} \text{ (ض ز ض)} \\ DC &= DC \text{ مشترک} \end{aligned}$$

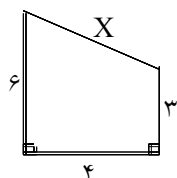
۳۷- حاصل  $\frac{4^{n+1} \times 3^{2n+1}}{36^n}$  کدام گزینه است؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۱۲      (۴) ۳۶

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{4^{n+1} \times 3^{2n+1}}{36^n} &= \frac{(2^2)^{n+1} \times 3^{2n+2}}{(6^2)^n} = \frac{2^{2n+2} \times 3^{2n+2}}{6^{2n}} = \frac{6^{2n+2}}{6^{2n}} \\ &= 6^{2n+2} \div 6^{2n} = 6^{\cancel{2n}+2-\cancel{2n}} = 6^2 = 36 \end{aligned}$$

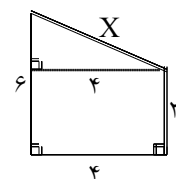
۳۸- با توجه به شکل مقدار X کدام است؟



- (۱) ۵      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۷

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$X^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow X = 5$$

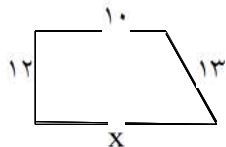


۳۹- در معادله  $2 \begin{bmatrix} X-1 \\ 3 \end{bmatrix} - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 3X \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ 2 \end{bmatrix}$  مقدار X چقدر است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳) ۱      (۴) -۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 2 \begin{bmatrix} X-1 \\ 3 \end{bmatrix} - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 3X \\ 6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X \\ 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2X-2 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2X \\ 4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X \\ 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2X-2-2X \\ 6-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ 2 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = -2 \end{aligned}$$



۴۰- در شکل مقابل اندازه X (قاعده بزرگ ذوزنقه) کدام است؟

۲۵ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

$\sqrt{169}$  (۱)

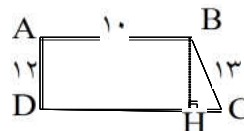
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ارتفاع BH را رسم می کنیم.  $BH = AD = 12$

$$BC^2 = HC^2 + BH^2 \rightarrow 13^2 = 12^2 + HC^2$$

$$169 = 144 + HC^2 \rightarrow HC^2 = 25 \rightarrow HC = 5$$

$$DC = DH + HC = 10 + 5 = 15$$



۴۱- میانگین سری اعداد ۲۹ و ۲۸ و ... و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ کدام گزینه است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

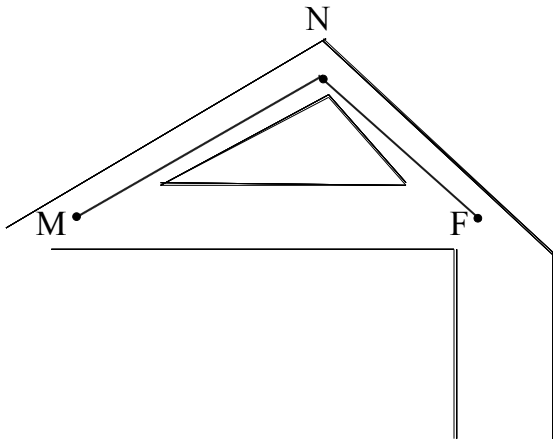
۱۷ (۱)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

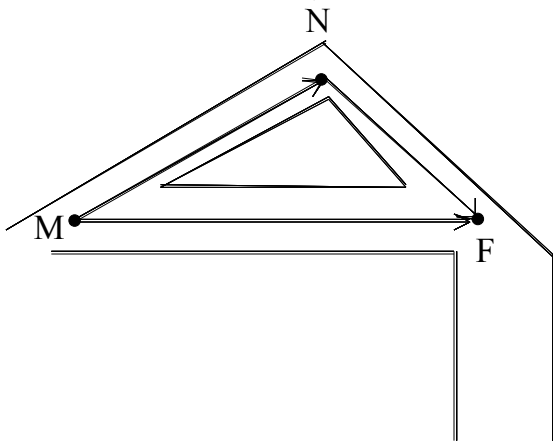
$$\text{مجموع } n \text{ عدد طبیعی} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{29(29+1)}{2} = 29 \times 15 = 435$$

$$\frac{435}{29} = 15$$

۴۲- شخصی در نقطه‌ی  $M$  قرار گرفته است. حرکت این شخص برای رسیدن به نقطه‌ی  $F$  روی شکل مشخص شده است. این مسیر را با دو بردار نشان دهید. این شخص با چه برداری به‌طور مستقیم به نقطه‌ی  $F$  می‌رسد؟ آن را رسم کنید.



ابتدا  $M$  را به  $N$  و از  $N$  به  $F$  وصل می‌کنیم. برای مسیر مستقیم از  $M$  به  $F$  برداری می‌کشیم.



۴۳- اگر ب.م.م و ک.م.م دو عدد  $A = 2^{n-3} \times 3^{n+1}$  و  $B = 2^{n+1} \times 3^{n-3}$  را به ترتیب با  $d$  و  $l$  نمایش

دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$d = 2^{n-3} \times 3^{n-3} \text{ و } l = 2^{n+1} \times 3^{n+1} \quad (۱)$$

$$d = 2^{n-3} \times 3^{n+1} \text{ و } l = 2^{n+1} \times 3^{n+1} \quad (۲)$$

$$d = 2^{n+1} \times 3^{n-3} \text{ و } l = 2^{n-3} \times 3^{n+1} \quad (۳)$$

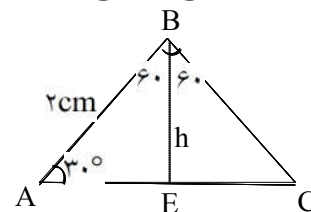
$$d = 2^{n+1} \times 3^{n+1} \text{ و } l = 2^{n-3} \times 3^{n-3} \quad (۴)$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۴۴- در مثلثی  $\hat{A} = 30^\circ$  و  $\hat{B} = 120^\circ$  و  $AB = 2\text{cm}$ ، محیط مثلث برابر است با:

- (۱)  $2 + \sqrt{3}$  (۲)  $2 + 2\sqrt{3}$  (۳)  $4 + \sqrt{3}$  (۴)  $4 + 2\sqrt{3}$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$h = \frac{2}{2} = 1$$

$$2^2 - h^2 = AE^2 \rightarrow AE^2 = 3 \rightarrow AE = \sqrt{3}$$

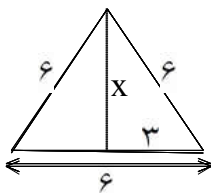
$$\hat{C} = 30^\circ \quad BC = AB = 2\text{cm} \quad \text{و} \quad EC = AE = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \text{محیط} = 2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$$

۴۵- اندازه ی ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع که اندازه ی هر ضلع آن ۶ سانتی متر است کدام گزینه می باشد؟

- (۱)  $5\sqrt{3}$  (۲)  $6\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $3\sqrt{3}$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$6^2 = x^2 + 3^2$$

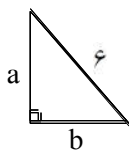
$$36 = x^2 + 9$$

$$x^2 = 36 - 9 = 27$$

$$x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

۴۶- محیط مثلث قائم الزاویه ای ۱۶ سانتی متر و طول وتر آن ۶ سانتی متر می باشد مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲



$$a + b + 6 = 16$$

$$a + b = 10$$

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(a + b)^2 = 100 \Rightarrow 2ab = 100 - 36 = 64$$

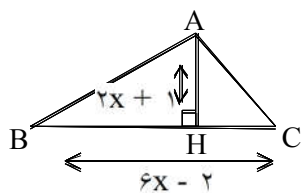
$$a^2 + b^2 = 36 \Rightarrow ab = 32 \quad ab = 32 \quad S = \frac{32}{2} = 16$$

۴۷- خواص ضرب و تقسیم:

در ضرب و تقسیم اعداد رادیکالی می توان این گونه عمل کرد که اگر ۲ رادیکال جدا بود می شود آن ها را زیر یک رادیکال نوشت و سپس جذر گرفت و برعکس اگر زیر یک رادیکال ۲ عدد یا بیش تر بود آن ها را به ۲ یا چند رادیکال تفکیک کرد و جداگانه جذر گرفت.

به طور خلاصه می توان گفت: حاصل ضرب جذر ۲ عدد برابر است با جذر حاصل ضرب ۲ عدد و تقسیم جذر ۲ عدد برابر است با جذر تقسیم ۲ عدد.

اما این قانون در جمع و تفریق عملی نیست.

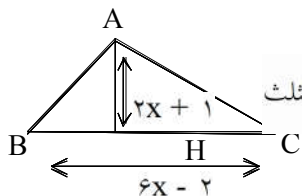


۴۸- اگر مساحت شکل مقابل برابر با  $5 + 6x^2$  باشد، اندازه ارتفاع چه قدر است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۱۷  
(۳) ۳۴  
(۴) ۱۳

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

توجه: برای به دست آوردن حاصل ضرب به صورت  $(x + y)(a + b)$



مثلاً  $S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2}$

ابتدا عبارت  $x$  را در داخل پرانتز  $(a + b)$  ضرب می‌کنیم و سپس عبارت  $y$  را در داخل پرانتز  $(a + b)$  ضرب می‌کنیم. یعنی:

$$(x + y)(a + b) = xa + xb + ya + yb$$

\* حال دوباره مساحت مثلث را می‌نویسیم:

صورت مسئله داده

$$S = \frac{(6x - 2)(2x + 1)}{2} = 6x^2 + 5 \xrightarrow[\text{در 2 ضرب کنیم}]{\text{دو طرف تساوی را}} \frac{y \times (6x - 2)(2x + 1)}{y} = 2 \times (6x^2 + 5)$$

$$\rightarrow (6x - 2)(2x + 1) = 2(6x^2 + 5) \rightarrow 12x^2 + 6x - 4x - 2 = 12x^2 + 10$$

$$\rightarrow \cancel{12x^2} + 2x - \cancel{12x^2} = 10 + 2 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$$

$$\text{ارتفاع} = 2x + 1 \xrightarrow{x=6} \text{ارتفاع} = 2 \times 6 + 1 = 13 \rightarrow \text{ارتفاع} = 13$$

۴۹- کدام یک نادرست است؟

- (۱)  $\sqrt{15} > 3$   
(۲)  $\sqrt{18} < 5$   
(۳)  $-\sqrt{27} > 5$   
(۴)  $\sqrt{1} = 1$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا اعداد منفی از اعداد مثبت کوچک‌تراند.

۵۰- اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند به طوری که  $0 < x < y$  آنگاه:

- (۱)  $x - y > 0$   
(۲)  $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$   
(۳)  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$   
(۴)  $-\frac{1}{x} > -\frac{1}{y}$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

چون  $0 < x < y$  پس هر دو منفی هستند و  $x$  از  $y$  هم کوچک‌تر است پس داریم:

$$x < y \xrightarrow{\text{طرفین معکوس}} \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$$

$$\text{مثال } -4 < -2 < 0 \Rightarrow \frac{1}{-4} > \frac{1}{-2} \Rightarrow -0.25 > -0.5$$

۵۱- اگر  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$  و  $\vec{b} = 2\vec{i}$  و  $\vec{c} = 2(\vec{a} - \vec{b})$  آن گاه مختصات بردار  $\vec{c}$  برابر است با:

(۱)  $\begin{bmatrix} +۶ \\ -۲ \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} +۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} ۱۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} +۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$a = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow c = 2\left(\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = 2\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۵۲- الف) عبارت جبری مقابل را ساده کنید:

$$\frac{3}{\sqrt{v}}x + 13y + \frac{2}{\sqrt{v}}x - 3y = ?$$

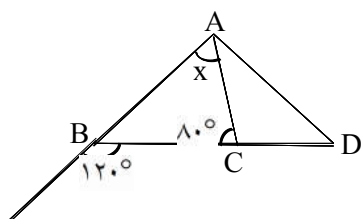
ب) حاصل عبارت مقابل را بدست آورید:

$$5 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = ?$$

الف)  $\frac{3}{\sqrt{v}}x + 13y + \frac{2}{\sqrt{v}}x - 3y = \left(\frac{3}{\sqrt{v}} + \frac{2}{\sqrt{v}}\right)x + (13 - 3)y = \frac{5}{\sqrt{v}}x + 10y$

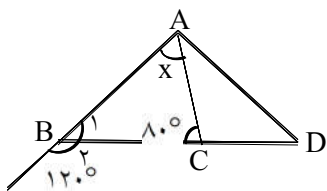
ب)  $5 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = (5 + 2) \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

۵۳- در شکل مقابل، اندازه ی  $\hat{X}$  چند درجه است؟ (AC نیمساز زاویه ی A است.)



- (۱) ۳۵° (۲) ۳۰° (۳) ۶۰° (۴) ۴۰°

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می داینم در هر مثلث اندازه ی هر زاویه ی خارجی برابر با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاورش می باشد. در مثلث ABC زاویه ی  $\hat{B} = 120$  زاویه ی خارجی برای مثلث محسوب می گردد، پس:



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B}_y \Rightarrow 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ \rightarrow \text{اندازه زاویه } X$$

۵۴- حاصل جمع هر عدد مخالف صفر و معکوسش همواره

- (۱) بزرگتر یا مساوی ۲ است. (۲) کوچکتر یا مساوی -۲ است. (۳) بین ۲ و -۲ است. (۴) بین ۲ و -۲ نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر X مثبت باشد  $X + \frac{1}{X} \geq 2$  است اگر X منفی باشد  $X + \frac{1}{X} \leq -2$  است. بنابراین هیچگاه این عدد بین ۲ و -۲ نیست. اگر X مثبت باشد:

$$(x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} \geq 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

اگر X منفی باشد با استفاده از  $(x + 1)^2 \geq 0$  ثابت می شود.  $x + \frac{1}{x} \leq -2$

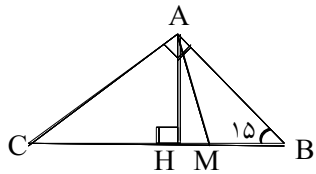
۵۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه آن  $۱۵^\circ$  است، اندازه ارتفاع وارد بر وتر  $h$  می‌باشد. در این مثلث مجموع مربعات دو ضلع زاویه قائمه کدام است؟

$۱۶h^2$  (۴)

$۴h^2$  (۳)

$۲h^2$  (۲)

$h^2$  (۱)



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه آن  $۱۵^\circ$  است برابر ربع وتر است. توجه داشته باشید  $AM$  میانه وارد بر وتر است و نکته‌ی فوق را به خاطر بسپارید.

$$\hat{A} = 90^\circ \text{ و } \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow h = \frac{1}{4} a \Rightarrow h^2 = \frac{1}{16} (a^2) \Rightarrow 16h^2 = b^2 + c^2$$

$(۳۵ \times ۴۵) \div (۱۲^2 \times ۱۲)$   
۶۰ (۴)

۵۶- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

۱۲ (۳)

۱۴۴ (۲)

۲۴ (۱)

$۱۲^5 \div ۱۲^3 = ۱۲^2 \Rightarrow ۱۲ \times ۱۲ = ۱۴۴$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۵۷- میانگین ۵ عدد  $-۲۴$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $۴۳$ ,  $۲۱$  برابر  $۲۰$  می‌باشد. حاصل  $a + b$  کدام است؟

۴۰ (۴)

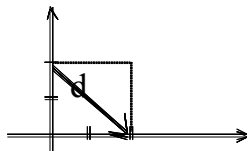
۵۰ (۳)

۶۰ (۲)

۷۰ (۱)

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$۵ \times ۲۰ = ۱۰۰ \Rightarrow -۲۴ + ۴۳ + ۲۱ + a + b = ۱۰۰ \Rightarrow a + b = ۱۰۰ - ۴۰ \Rightarrow a + b = ۶۰$



۵۸- در شکل مقابل مختصات بردار  $\vec{d}$  کدام است؟

$\begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} -۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$  (۱)

$\begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$  (۳)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\left[ \left(\frac{۷}{۱۵}\right)^{۱۰} \div \left(\frac{۲۱}{۵}\right)^{۱۰} \right] \div \left(\frac{۱}{۹}\right)^۷$

۵۹- حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$\Rightarrow \left(\frac{۷}{۱۵} \times \frac{۵}{۲۱}\right)^{۱۰} \div \left(\frac{۱}{۹}\right)^۷ = \left(\frac{۱}{۹}\right)^{۱۰} \div \left(\frac{۱}{۹}\right)^۷ = \left(\frac{۱}{۹}\right)^۳$

۶۰- معدل نمرات علی در ۱۴ درس برابر ۱۵/۵ است. برای اینکه معدل ۷ نمره‌ی علی در ۱۵ درس برابر ۱۵/۷ شود، باید در درس پانزدهم چه نمره‌ای بگیرد؟

۱۹/۵ (۴)

۱۸/۵ (۳)

۱۷/۵ (۲)

۱۶/۵ (۱)

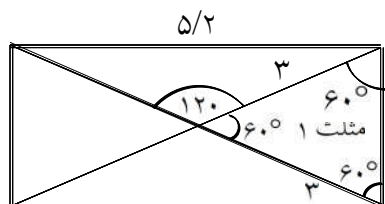
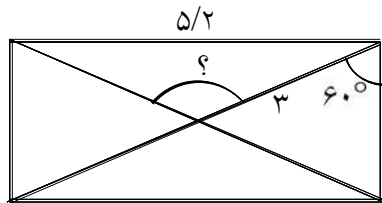
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x}_{14} = \sum_{i=1}^{14} \frac{x_i}{14} = 15/5 \Rightarrow \sum_{i=1}^{14} x_i = 15/5 \times 14 = 217$$

$$\bar{x}_{15} = \frac{217 + x}{15} = 15/7 \Rightarrow 217 + x = 15/7 \times 15$$

$$x = 225/5 - 217 = 18/5$$

۶۱- قسمت‌هایی از شکل که با علامت ؟ مشخص شده‌اند، با استفاده از خاصیت‌های چهارضلعی‌ها و عددهای داده شده پیدا کنید.



- در مثلث ۱: مثلث متساوی الساقین با ساق‌های ۳ سانتی متر دو زاویه ۶۰ درجه دارد و زاویه‌ی سوم آن نیز ۶۰ درجه می‌باشد.

$$60 + 60 = 120$$

$$180 - 120 = 60$$

$$? \Rightarrow 180 - 60 = 120$$

- مثلث ۱، متساوی الاضلاع است. پس ضلع سوم سوم هم ۳ می‌باشد یعنی:

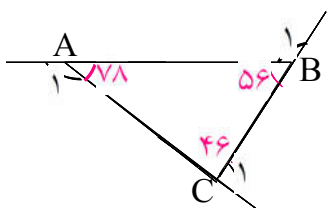
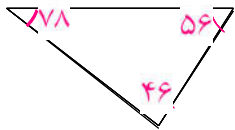
$$? \Rightarrow \text{عرض مستطیل} = 3$$

- با توجه به شکل مشخص است که هر قطر مستطیل برابر ۶ می‌باشد.

فیثاغورس  $\rightarrow 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 25$

$$? \Rightarrow \text{عرض مستطیل} = \sqrt{25} = 5$$

۶۲- در شکل زیر زاویه‌های خارجی هر رأس را رسم کرده و اندازه‌ی هر کدام را به دست آورید. مجموع زاویه‌های خارجی را تعیین کنید.



$$\hat{A}_1 = 180 - 78 = 102^\circ$$

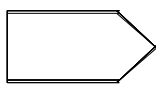
$$\hat{B}_1 = 180 - 56 = 124^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180 - 46 = 134^\circ$$

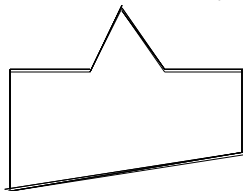
$$102 + 124 + 134 = 360$$

پس مجموع زاویه‌های خارجی مثلث  $360^\circ$  است.

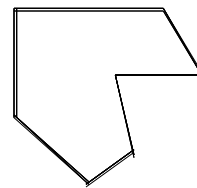
۶۳- مجموع زاویه‌های داخلی هریک از چندضلعی‌های زیر را به دست آورید.



الف



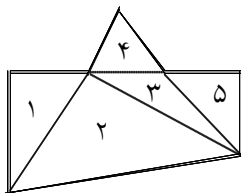
ب



ج

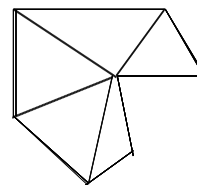
$$(n - 2) \times 180 = (5 - 2) \times 180 = 540 \text{ (الف)}$$

شکل‌های ب و ج مقعر هستند، پس باید به چند شکل محدب (مثلث) تبدیل شده و سپس مجموع زاویه‌های داخلی آن را به دست آوریم:



$$5 \times 180 = 900$$

ب



$$5 \times 180 = 900$$

ج

۶۴- کدام تعریف مناسب‌ترین تعریف برای دایره است؟

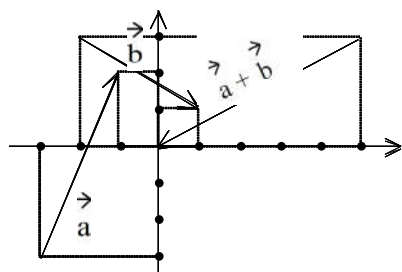
- (۱) دایره شکل هندسی است و دارای شعاع و مرکز که شعاع‌ها با هم برابرند.
- (۲) دایره شکلی است مثل توپ که از مرکز تا محیط آن همیشه مساوی است.
- (۳) دایره شکلی است دارای بی‌نهایت شعاع و قطر که همیشه قطرها و شعاع‌ها از مرکز می‌گذرد.
- (۴) دایره شکلی است هندسی که دارای نقطه‌ای ثابت به نام مرکز که فاصله تمام نقاط روی محیط تا مرکز با هم برابر است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

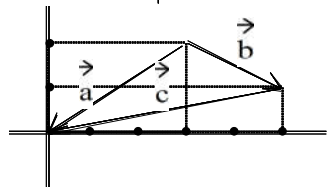
۶۵- هر یک از قسمت‌های زیر، بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و مختصات بردار  $\vec{c}$  را حساب کنید.

الف)  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  ابتدا در  $\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$  ابتدا در  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ .

ب)  $\vec{a} = 3i + 2j$  و  $\vec{b}$  از انتهای  $\vec{a}$  به  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ .



الف)  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$



ب)  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

۶۶- مجموع ۳ عدد متوالی ۴۲ شده است. عدد وسط کدام گزینه است؟

۱۷ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عدد سوم  $x + 2$  ; عدد دوم  $x + 1$  ; عدد  $x$

$$x + x + 1 + x + 2 = 42$$

$$3x + 3 = 42$$

$$3x = 42 - 3 = 39$$

$$x = \frac{39}{3} = 13 \Rightarrow x + 1 = 13 + 1 = 14 \text{ عدد وسط}$$

۶۷- در بعضی از مسائل عدد اول مجذور کامل نیست عدد دوم نیز اما در ضرب و تقسیم حاصل یک عدد مجذور کامل می‌شود که با یکی کردن رادیکال‌ها و خلاصه کردن سپس جذر می‌گیریم. مثال:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9, \quad \sqrt{50} \div \sqrt{18} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{50 \div 2}{18 \div 2}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^9 \div \left(\frac{1}{8}\right)^7 =$$

۶۸- حاصل عبارت زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{8}\right)^9 \div \left(\frac{1}{8}\right)^7 = \left(\frac{1}{8}\right)^{9-7} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

۶۹- مقدار عبارت  $-xy - x^2 a$  به ازای  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $a = -3$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

$$(-1)(2) - (-1)^2 \times (-3) \Rightarrow (-2) - (-3) = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷۰- حاصل  $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{\sqrt{75} \div \sqrt{3}}$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{12}{75}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{75}{12}$

$$\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{\sqrt{75} \div \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3 \times 12}}{\sqrt{75 \div 3}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۷۱- حاصل  $\sqrt{2} \times \sqrt{72}$  برابر است با:

- (۱) ۱۲ (۲)  $\sqrt{12}$  (۳)  $\sqrt{144}$  (۴) گزینه ۱ و ۳

$$\sqrt{2} \times \sqrt{72} = \sqrt{2 \times 72} = \sqrt{144} = 12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۲- کدام یک از کسرهای زیر بین دو کسر  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{5}{7}$  قرار دارد؟

- (۱)  $\frac{16}{35}$  (۲)  $\frac{20}{35}$  (۳)  $\frac{15}{35}$  (۴)  $\frac{22}{35}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید مخرج‌ها را برابر کنیم. سپس جواب‌ها را با محدوده دو کسر مقایسه کنیم. عدد مورد نظر بین دو کسر  $\frac{21}{35}$  و  $\frac{25}{35}$  قرار دارد. که تنها گزینه‌ی «د» این خاصیت دارد. توجه: برای یافتن کسری بین دو کسر می‌توانیم از این طریق نیز استفاده کنیم که:

صورت‌های دو کسر را با هم جمع کنیم و مخرج‌های دو کسر را نیز با هم جمع کنیم. کسر حاصل بین دو کسر اولیه قرار دارد. به طور کلی: فرض کنیم  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  دو کسر مورد نظر هستند. پس  $\frac{a+c}{d+b}$  بین دو کسر قرار دارد. یعنی:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

فرض کنیم  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  پس:

۷۳- کدام یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

(۱)  $\sqrt{15} > 3$  (۲)  $\sqrt{18} < 5$  (۳)  $-\sqrt{27} > 5$  (۴)  $\sqrt{1} = 1$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱)  $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$

$3 < \sqrt{15} < 4$  ✓

۲)  $\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$

$4 < \sqrt{18} < 5$  ✓

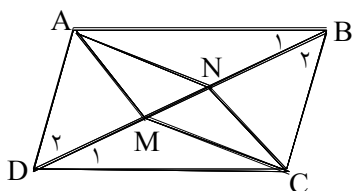
۳)  $\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36}$

$5 < \sqrt{27} < 6$

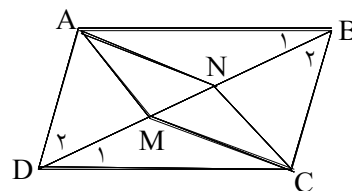
اما چون منفی است پس:  $-\sqrt{27} < 5$

اعداد منفی از اعداد مثبت کوچک‌ترند.  $\Leftarrow$  عبارت گزینه‌ی ۳ نادرست است.

۴)  $\sqrt{1} = 1$  ✓



۷۴- اگر ABCD متوازی‌الاضلاع باشد و  $DM = AD$  و  $BN = BC$  ثابت کنید چهارضلعی AMCN متوازی‌الاضلاع است.



$$\left. \begin{array}{l} AD = DM \\ BC = BN \\ AD = BC \\ AB = DC \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} DM = NB \\ \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \\ AD = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{AMD} = \widehat{BNC} \Rightarrow AM = NC$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ DM = BN \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ANB} = \widehat{DMC} \Rightarrow AN = MC$$

بنابراین اضلاع مقابل چهارضلعی AMCN با هم مساویند لذا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۷۵- نکته: اولویت در ترتیب عملیات:

۱- پرانتز (از داخلی‌ترین پرانتز شروع می‌کنیم).

۲- توان

۳- ضرب و تقسیم (به ترتیب از چپ به راست)

۴- جمع و تفریق (به ترتیب از چپ به راست)

$(-5) \times 2 + (7 + 3) - 4^2 =$

$(-5) \times 2 + 10 - 4^2 = (-5) \times 2 + 10 - 16 = -10 + 10 - 16 = -16$

مثال:

۷۶- حاصل عبارت  $\frac{6^5 \times 6}{6^8}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{36}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳) ۳۶      (۴) ۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

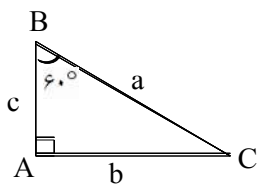
$$\frac{6^5 \times 6}{6^8} = \frac{6^6}{6^8} = \frac{1}{36}$$

۷۷- مقدار عددی عبارت  $\frac{2x^{17} - x^{10}}{2x^{13} - x^6}$  به ازای  $x = 5$  برابر است با:

- (۱) ۲۵      (۲) ۱۲۵      (۳) ۶۲۵      (۴) ۱۲۵۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مقدار عبارت به ازاء  $x = 5$  برابر است با:  $5^4 = 625$



۷۸- قضیه: در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه  $60^\circ$  برابر است با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر.

فرض:  $\hat{B} = 60^\circ$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$

حکم:  $b = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow C = \frac{1}{2} a$   
 $\hat{B} = 60^\circ$

اگر اندازه‌های اضلاع را  $a, b, c$  بنامیم

$\Rightarrow$  از رابطه فیثاغورس  $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$

$\Rightarrow a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow b^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

۷۹- کدام دسته از اعداد زیر نمی‌توانند اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه باشند؟

۱۵, ۸, ۱۷ (۴)

۴, ۵,  $\sqrt{41}$  (۳)

$2\sqrt{6}$ , ۵, ۷ (۲)

$8\sqrt{2}$ , ۱۴, ۸ (۱)

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

الف)  $128 + 64 = 192 \Rightarrow 192 \neq 196$

ب)  $49 = 25 + 24$  ✓

ج)  $41 = 16 + 25$  ✓

د)  $225 + 64 = 289$  ✓

۸۰- اگر  $a = 3$  و  $b = -1$  و  $c = 5$  باشد. حاصل عبارت  $\frac{b^2}{2ac}$  کدام است؟

$-\frac{1}{15}$  (۴)

$-\frac{1}{30}$  (۳)

$\frac{1}{30}$  (۲)

$\frac{1}{15}$  (۱)

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(-1)^2}{2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{30}$$

الف)  $(-24) + \square = 16$

ب)  $(-7) + 12 + \square = 9$

الف)  $(-24) + \square = 16 \rightarrow \square = 16 - (-24) = 16 + 24 = 40$

ب)  $(-7) + 12 + \square = 9 \rightarrow \square = 9 - (+5) = 4$

۸۱- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

۸۲- تعداد مقسوم علیه‌های عدد  $B = 2^4 \times 5^x$  برابر با ۲۰ است مقدار  $x$  را بیابید.

$(4 + 1)(x + 1) = 20$       $5x + 5 = 20$       $x = 3$

۸۳- احتمال رخ دادن یک اتفاق  $\frac{3}{8}$  است. احتمال رخ ندادن آن اتفاق چه قدر است؟

می‌دانیم مجموع احتمال رخ دادن و رخ ندادن یک اتفاق برابر ۱ است. پس:

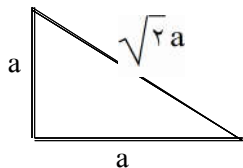
$$\frac{3}{8} + x = 1$$

$$x = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8-3}{8} = \frac{5}{8}$$

۸۴- مساحت مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی برابر با ۸ می باشد. محیط این مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲)  $۱۶ + \sqrt{۲}$  (۳)  $۴(\sqrt{۲} + ۲)$  (۴)  $۲(\sqrt{۲} - ۱)$

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



$$S = \frac{1}{2}a^2 = 8 \rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

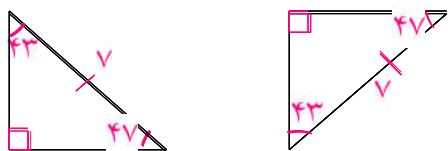
$$P = 2a + \sqrt{2}a = a(2 + \sqrt{2}) = 4(2 + \sqrt{2})$$

۸۵- زاویه ی نامعلوم هر مثلث را به دست آورید. دو مثلث در چه حالت هایی هم نهشت اند؟



وتر و یک زاویه تند (ضرب)

$$180 - (90 + 43) = 47$$



۸۶- پاره خط AB بر دایره مماس شده است. اگر O مرکز دایره باشد، حاصل

x - y ...

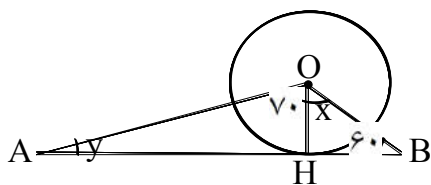
(۱) ۳۰

(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۱۵

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{OHB در مثلث } x = 180 - (90 + 60) = 30$$

$$\text{AOH در مثلث } y = 180 - (90 + 70) = 20$$

$$x - y = 30 - 20 = 10$$

۸۷- تعداد اعداد اول بین ۳۰ تا ۵۰ برابر است با:

(۱) ۷ تا

(۲) ۶ تا

(۳) ۵ تا

(۴) ۸ تا

$$A = \{31, 37, 41, 43, 47\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۸۸- کدام یک می تواند حالت های ممکن در پرتاب سه تاس باشد؟

۳ (۴)

۱۸ (۳)

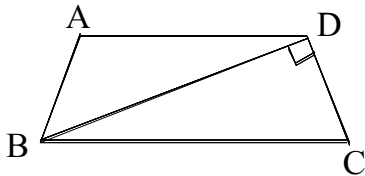
۳۶ (۲)

۲۱۶ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\text{حالت}}{۶} \times \frac{\text{حالت}}{۶} \times \frac{\text{حالت}}{۶} = ۲۱۶$$

تاس سوم    تاس دوم    تاس اول



۸۹- در دوزنقه ی متساوی الساقینی ABCD خط BD نیمساز  $\hat{B}$  در

نقطه ی D بر DC عمود است زاویه ی  $\hat{C}$  چند درجه است؟

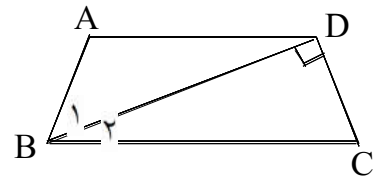
۵۰° (۲)

۶۰° (۱)

۷۵° (۴)

۷۰° (۳)

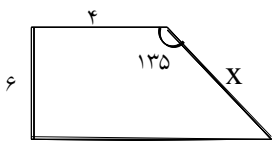
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\hat{B}_1 + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} \hat{B} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \frac{3}{2} \hat{B} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$



۹۰- در شکل مقابل مقدار X تا دو رقم اعشار کدام گزینه است؟

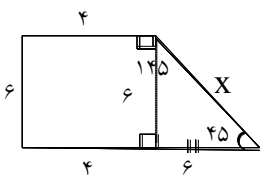
۸/۴۹ (۲)

۸/۴۸ (۱)

۷/۹۹ (۴)

۷/۹۸ (۳)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sqrt{۷۲/۰۰۰۰}$$

۶۴	۸/۴۸
۸۰۰	۸ × ۲ = ۱۶
۶۵۶	۱۶ (۴) × (۴) =
۱۴۴۰۰	۸۴ × ۲ = ۱۶۸
۱۳۵۰۴	۱۶۸ (۸) × (۸) =
۸۹۶	

$$X^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$$

$$X = \sqrt{72}$$

۹۱- حاصل عبارت  $۹^{۲۳} \times \left(\frac{1}{۸۱}\right)^۴ \div \frac{1}{۰/۰۰۱}$  برابر است با:

۱۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۰/۰۰۱ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$9^{\wedge} \times \left(\frac{1}{۳^۴}\right)^۴ \div \frac{1}{۱۰^{-۳}} = (۳^۲)^{\wedge} \times \frac{1}{۳^{۱۶}} \div ۱۰^۳ = ۳^{۱۶} \times \frac{1}{۳^{۱۶}} \div ۱۰۰۰ \Rightarrow 1 \div ۱۰۰۰ = ۰/۰۰۱$$

۹۲- در قسمت عددی نیز اعداد را به صورت حاصل ضرب اعداد اول درآورده و اعداد مشترک (ب.م.م) را می‌نویسیم.  
مثال:

$$۱۸ab - ۱۲ac = ۶a(۳b - ۲c)$$

$$۱۸ = \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \quad ۱۲ = ۲ \times \underline{۲} \times \underline{۳}$$

۹۳- میانگین اعداد ۴، -۲۰، ۷۵، -۸۴، -۵، کدام است؟

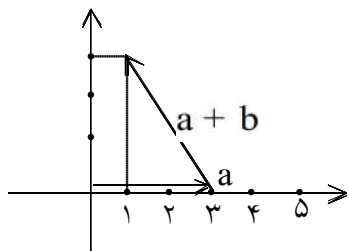
- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) -۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۹۴- الف) بردارهای  $\vec{a} = ۳i$  و  $\vec{b} = -۲i + ۳j$  و بردار حاصل جمع دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

ب) اگر  $\vec{c} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix}$  و  $\vec{d} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$  باشد، مختصات  $\vec{x}$  را حساب کنید.

$$\vec{x} = ۴\vec{c} + \vec{d}$$



الف)  $a = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$     $b = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$     $a + b = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$

ب)  $\vec{x} = ۴\vec{c} + \vec{d} \Rightarrow ۴ \begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۱۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۷ \end{bmatrix}$

دسته	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته
۱۲ تا ۱۹/۹	++++		

دسته	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته
۱۲ تا ۱۹/۹	++++	۵	۱۶

$$\frac{۱۹/۹ \times ۲۰ + ۱۲}{۲} = \frac{۳۲}{۲} = ۱۶$$

۹۵- جدول زیر را کامل کنید.

۹۶- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای مقادیر زیر بدست آورید:

$$\frac{x + y - ۲xy}{(x + y)z} \quad x = \frac{-۶}{۵} \text{ و } y = ۲\frac{۱}{۲} \text{ و } z = -۵$$

$$\frac{x + y - ۲xy}{(x + y)z} = \frac{\left(\frac{-۶}{۵} + \frac{۵}{۲}\right) - ۲ \times \frac{-۶}{۵} \times \frac{۵}{۲}}{\left(\frac{-۶}{۵} + \frac{۵}{۲}\right) \times (-۵)} = \frac{\left(\frac{۱۳}{۱۰}\right) + ۶}{\left(\frac{۱۳}{۱۰}\right) \times (-۵)} = \frac{\frac{۷۳}{۱۰}}{-\frac{۶۵}{۱۰}} = -\frac{۷۳}{۶۵}$$

۹۷- میانگین ۳۰ عدد برابر ۳۰ و میانگین ۲۰ عدد دیگر برابر ۲۰ است، میانگین این ۵۰ عدد کدام است؟  
 (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{30} = 30 \times 30$$

$$+ y_1 + y_2 + \dots + y_{20} = 20 \times 20$$

$$x_1 + \dots + x_{30} + y_1 + \dots + y_{20} = 1300 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{30} + y_1 + \dots + y_{20} = \frac{1300}{50} = 26$$

$$\frac{5^6 - 5^5 - 5^4 - 5^3}{5^3} = ?$$

۹۸- مقدار عددی کسر مقابل کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۹۴ (۳) ۲۵ (۴) ۶۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-8a + 5b + 3a - 2b = ?$$

۹۹- الف) عبارت جبری مقابل را ساده کنید.

ب) مقدار عددی عبارت جبری  $\frac{-7}{5}x + 2$  را به ازای  $x = 5$  به دست آورید.

الف)  $-8a + 5b + 3a - 2b = (-8 + 3)a + (5 - 2)b = 3b - 5a$

ب)  $\frac{-7}{5}x + 2 = \left(\frac{-7}{5}\right) \times 5 + 2 = -7 + 2 = -5$

۱۰۰- مجموع دو عدد اول ۸۵ است. آن دو عدد در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) ۳ و ۸۲ (۲) ۱ و ۸۴ (۳) ۲ و ۸۳ (۴) ۴ و ۸۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا حاصل جمع دو عدد اگر فرد باشد، یعنی یکی زوج و دیگری فرد باید باشد. تنها عدد اول زوج، ۲ است و عدد دیگر باید ۸۳ باشد. در گزینه‌های دیگر هر دو عدد را اول نمی‌بینیم.