

سؤالات موضوعی نهایی

((ریاضی ۲))

(جلد دوم)

پایه دوازدهم رشته‌های علوم تجربی

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

فصل اوّل

((ریاضی ۳))



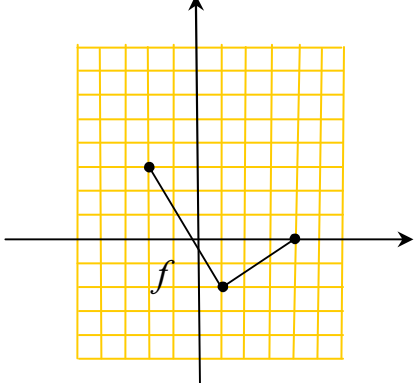
درس ۱ : توابع چند جمله ای

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه‌ی دوم است.	۱
۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (خارج از کشور) تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک تابع چند جمله ای است.	۲
۰/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله ای از درجه‌ی سوم است. ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه‌ی $(0, 1)$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^3$ است.	۳
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{3}x^3 - \pi x + 1$ ، یک تابع چند جمله ای است.	۴

توابع یکنوا

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x^3$ ، تابع اکیداً صعودی است.	۱
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	نمودار تابع $y = x + x $ را رسم کنید و مشخص کنید، در چه بازه هایی تابع صعودی یا نزولی یا ثابت است. (خارج از کشور)	۲
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر تابع یکنوا ، یک به یک است.	۳
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.	۴
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع $y = \frac{1}{x}$ ، در دامنه اش یکنواست.	۵

تبدیل نمودار توابع

۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	<p>۱ برد تابع f بازه $[-۳, ۱]$ است. برد تابع $y = -۲f(۳x - ۱) + ۳$، کدام یک از موارد زیر است؟</p> <p>الف) $(-۸, ۰]$ ب) $(-۱۲, ۰]$ پ) $(۱, ۹)$ ت) $(-۱۰, ۲]$</p>	۱	
۲ نمره	شهریور ۱۴۰۱	<p>۲ نمودار تابع f به صورت روبرو است.</p> <p>الف) نمودار تابع $g(x) = ۲f(x - ۱)$ را رسم کنید.</p> <p>ب) دامنه‌ی تابع g را به دست آورید.</p>		۲
۰/۷۵ نمره	دی ۱۴۰۱	<p>۳ اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-۱, ۳]$ و برد آن $(۰, ۲]$ باشد. دامنه و برد تابع $y = f(\frac{x}{۲})$ را بیابید.</p>	۳	
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	<p>۴ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>نقطه‌ی $(-۲, ۴)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد. نقطه‌ی متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(۲x)$ برابر است.</p>	۴	
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	<p>۵ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می کنیم. ضابطه‌ی تابع جدید را بنویسید.</p>	۵	

فصل اوّل

((ریاضی ۳))



درس ۲: ترکیب توابع

۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ خروجی $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow 2x-2 \rightarrow x$ ورودی	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. (خارج از کشور)	۲
۰/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	اگر $f = \{(0,-1), (5,9), (3,7), (-2,4)\}$ و $g = \{(1,2), (3,-1), (9,0), (-1,4), (7,7)\}$ تابع gof را در صورت وجود بنویسید.	۳
۱/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورد. ب) مقدار $(gof)(1)$ را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف بدست آورید. ب) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.	۵
۰/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر $f(g(x)) = 4x^2 + 1$ و $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ ، آنگاه ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بیابید.	۶

فصل اوّل

((ریاضی ۳))



درس ۳ : تابع وارون

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $f = \{(2,3), (3,5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر است.	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	نشان دهید که توابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+6}{7}$ وارون یکدیگرند. (خارج از کشور)	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. ضابطه‌ی تابع وارون $y = x^3$ ، برابر است.	۳
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشند، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است.	۴
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(fof^{-1})(5)$ برابر با است.	۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه‌ی تابع وارون را بدست آورید.	۶

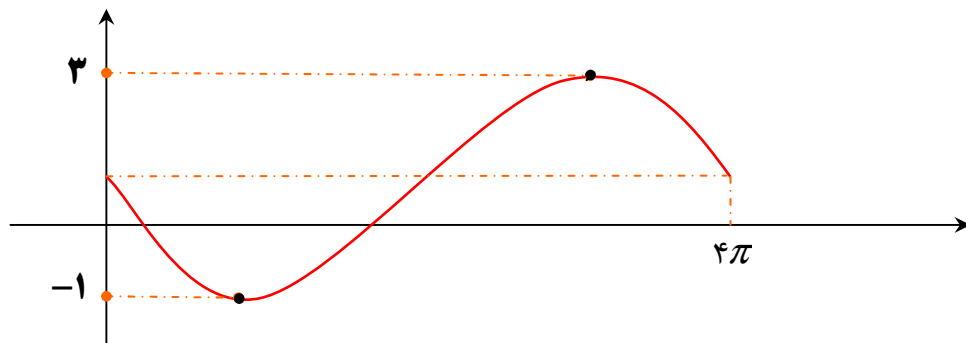
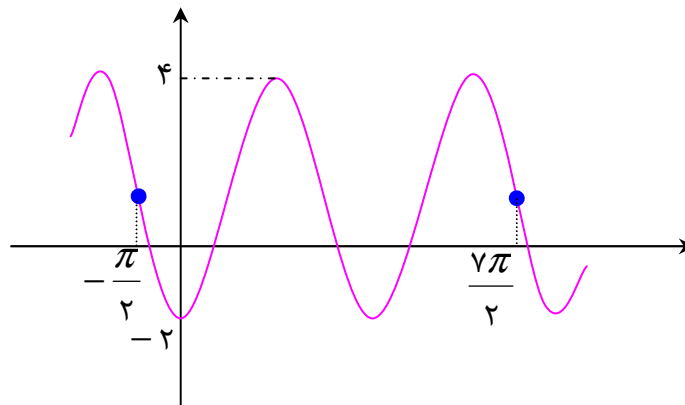
فصل دوم

((ریاضی ۳))



درس ۱: توابع متناوب

۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره‌ی تناوب اصلی آن ۲ است.	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید. (خارج از کشور)	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.	۳
۱/۷۵ نمره	دی ۱۴۰۱	نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر a و b و c را به دست آورید.	۴
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نمودار زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید.	۵



۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را بدست آورید. $f(x) = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$	۶
-------------	----------------	--	---

تابع تانژانت

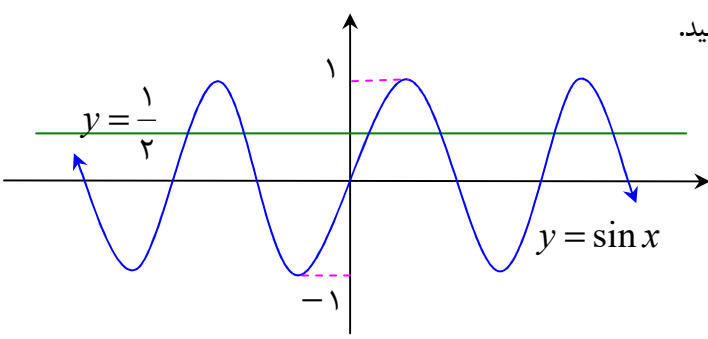
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. (خارج از کشور) دوره تناوب تابع $y = \tan x$ ، برابر 2π است.	۱
--------------	---------------	---	---

فصل دوم

((ریاضی ۳))



درس ۲: معادلات مثلثاتی

۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید. (خارج کشور)	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$	۳
۱ نمره	دی ۱۴۰۱	نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sin x$ و خط به معادله‌ی $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید. 	۴
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جواب (های) معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه‌ی $(0, \pi)$ مشخص کنید.	۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	معادله‌ی $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید.	۶
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. خط $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ ، در یک نقطه قطع می‌کند.	۷

روابط مثلثاتی

۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	حاصل $\cos 15^\circ$ را به دست آورید.	۱
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.	۲

فصل سوم

((ریاضی ۳))



درس ۱: تقسیم چند جمله ای ها

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. باقی مانده تقسیم عبارت $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است.	۱
--------------	---------------	--	---

حد های مبهم

۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (خارج کشور) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$	۲
۰/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$	۳
۱ نمره	دی ۱۴۰۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$	۴
۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$	۵
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1}$	۶

همسایگی یک نقطه

۰/۲۵	شهریور	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	۱
نمره	۱۴۰۱	بازه‌ی (۲,۵)، یک همسایگی ۴ است.	

۱ نمره	شهریور ۱۴۰۱	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{5x+4}$	۴
۰/۷۵ نمره	دی ۱۴۰۱	نمودار تابع f به شکل زیر است. حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	۵
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2-1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می کند، برابر است.	۶
۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟	۷
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$	۸
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	با توجه به نمودار تابع f ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$	۹
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2-x }$	۱۰

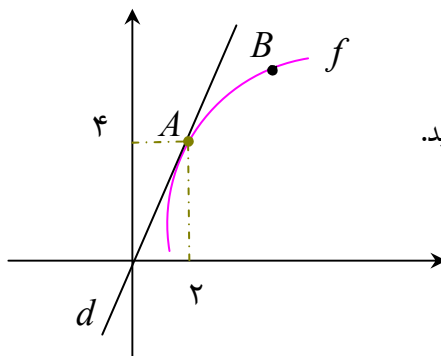
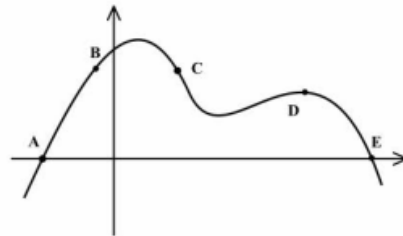
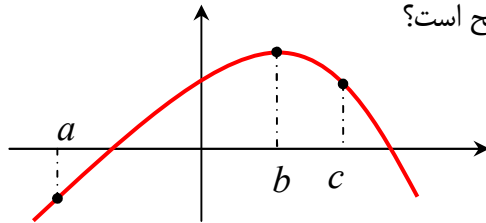
فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق

۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	<p>با توجه به نمودار تابع f، اگر شیب خط مماس در نقاط a و b و c به ترتیب با m_a و m_b و m_c نمایش داده شود. کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟</p> <p>الف) $m_c > m_b > m_a$ ب) $m_b > m_a > m_c$ پ) $m_a > m_b > m_c$ ت) $m_c = m_b = m_a$</p>	۱
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	<p>از بین نقاط مشخص شده روی نمودار زیر، در کدام نقطه:</p> <p>الف: مقدار تابع صفر، ولی مشتق آن مثبت است. ب: مقدار تابع مثبت، ولی مشتق آن منفی است.</p>	۲
۰/۷۵ نمره	دی ۱۴۰۱	<p>نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:</p> <p>الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید. ب) شیب خط های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.</p>	۳



۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	<p>با توجه به نمودارهای توابع f و g، تعیین کنید که حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟</p>	۴
-----------	---------------	--	---

مشتق تابع در یک نقطه

		۱
--	--	---

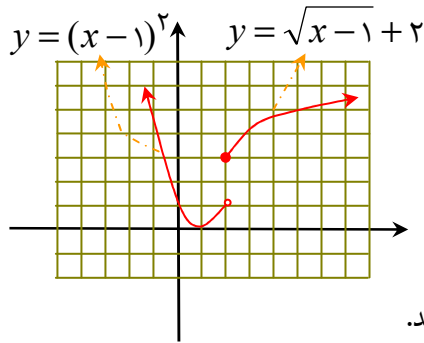
فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۲: مشتق پذیری یک تابع در یک نقطه

۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ اگر $x = 0$ مشتق پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. (خارج کشور)	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (خارج کشور) الف: در تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ خط $x = 0$ را می گویند.	۳
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	معادله‌ی نیم مماس راست تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.	۴
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = [x]$ در صفر مشتق پذیر است.	۵
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ نمودار تابع به صورت زیر است. الف) آیا تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است؟ ب) آیا تابع در بازه‌ی $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟ پ) مشتق راست تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ را به دست آورید.	۶



تابع مشتق

۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ ، آنگاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید؛ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	۱
-----------	----------------	--	---

محاسبه‌ی مشتق تابع

۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند $f(2) = 3$ و $f'(2) = 5$ و $g(2) = 8$ و $g'(2) = -6$ حاصل $(f \times g)'(2)$ را به دست آورید.	۱
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}$	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ باشد، آنگاه $(3f + 2g)'(1)$ برابر است.	۳
۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	مشتق توابع داده شده را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.) (خارج کشور) الف) $f(x) = (x^2 - \sqrt{x} + 1)^4$ ب) $g(x) = \frac{3x^2 + x - 1}{2x - 3}$	۴
۱/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{-2x + 3}{x + 4}$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+1})(x^2 + 2x)$	۵
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ ب) $g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3$	۶
۲/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$ ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$ پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$	۷
۲/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{(2x-1)^4}{x^3 + 8}$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{2x+1}$	۸

مشتق تابع مرکب و قاعده‌ی زنجیری

			۱
--	--	--	---

مشتق پذیری تابع در یک فاصله

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه‌ی $(1,1)$ یک نقطه‌ی گوشه‌ای برای تابع $f(x) = 2 - x^2 $ است.	۱
--------------	---------------	--	---

مشتق مرتبه‌ی دوم تابع در یک نقطه

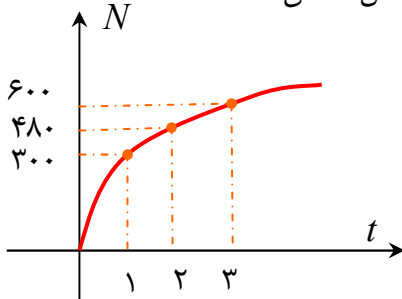
۰/۲۵	شهریور	جمله‌ی زیر را کامل کنید.	۱
نمره	۱۴۰۲	اگر $f(x) = -x^3$ ، آنگاه $f''(1)$ برابر است.	

فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۳: آهنگ تغییر

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	<p>معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه‌ی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ و سرعت لحظه‌ای را در لحظه‌ی $t = 2$ به دست آورید.</p>	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	<p>نمودار مقابل نمایش فروش نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است. الف) آهنگ تغییر متوسط N را وقتی t از ۲ به ۳ تغییر می‌کند، به دست آورید. ب) چرا آهنگ تغییرات وقتی مقادیر t افزایش می‌یابد، در حال کاهش است.</p> 	۲
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۱	<p>تابع $f(x) = 4\sqrt{x} + 50$ قدر متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود شصت ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟</p>	۳
۱/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۱	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله- ی $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید. الف) سرعت متوسط در بازه‌ی $[2, 4]$ را بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>	۴
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	<p>آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[-2, 0]$ است؟</p>	۵
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	<p>معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$، بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[0, 2]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط، در بازه‌ی</p>	۶

زمانی $[0, 2]$ ، با هم برابرند؟

فصل پنجم

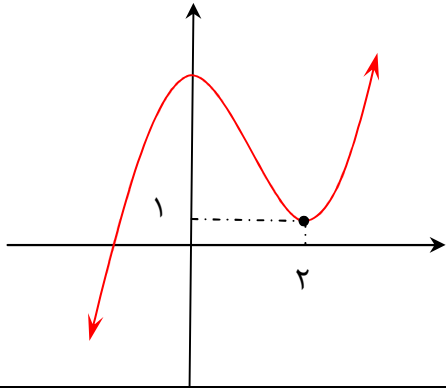
((ریاضی ۳))



درس ۱: بررسی یکنوایی توابع و تعیین اکسترم های آن

۲ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اکسترم های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید، تابع در چه بازه هایی صعودی اکید است؟	۲
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد، را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	۳

نقاط بحرانی

۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	تابع $y = x^3 - 3x + 2$ را در نظر بگیرید. نقاط بحرانی و مقادیر اکسترم های مطلق تابع را در صورت وجود در بازه $[0, 2]$ به دست آورید. (خارج کشور)	۱	
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی دلخواه از دامنه‌ی تابع ثابت، یک نقطه‌ی بحرانی است.	۲	
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.	۳	
				
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن تابع است.	۴	
۱/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.	۶	

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

فصل پنجم

((ریاضی ۳))



درس ۲: بهینه سازی

۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ی $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع ۳۰ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهارگوشه‌ی آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه‌ی جعبه را به اندازه‌ی x بر می‌گردانیم تا یک جعبه‌ی در باز ساخته شود، طوری که حجم آن به صورت $V = x(30 - 2x)^2$ است. مقدار x چقدر باشد، تا حجم جعبه حداکثر شود؟ (خارج کشور)	۲
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند.	۳
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۴
۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم دایره‌ای بر آن وجود دارد. طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۶

فصل ششم

((ریاضی ۳))



درس ۱: تفکر تجسمی (دوران و برش)

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. جسم حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد.	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (خارج کشور) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره ، حول شعاع عمود بر قطر آن یک است.	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، آن نامیده می شود.	۳

مقاطع مخروطی

۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.	۱
--------------	----------------	---	---

فصل ششم

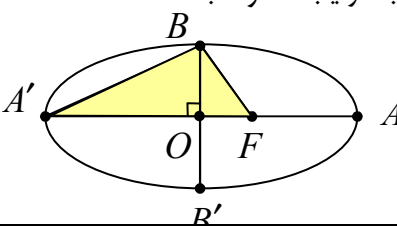
((ریاضی ۳))

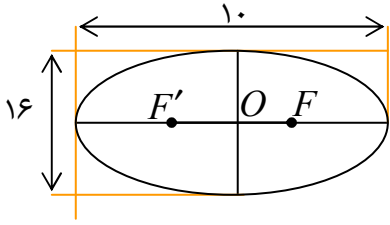
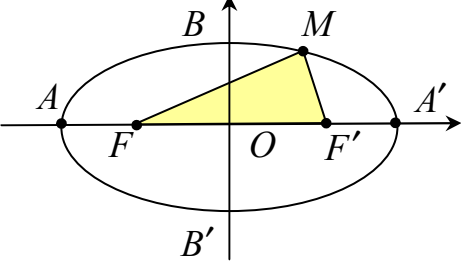
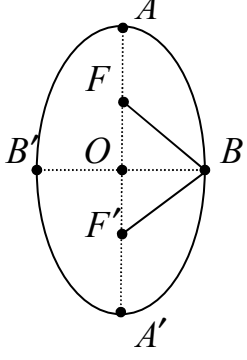


درس ۲: دایره

۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ قرار دارد؟ الف) $(0,0)$ ب) $(1,0)$ پ) $(0,-1)$ ت) $(-1,0)$	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن $(0,3)$ و بر خط $3x - 4y = 3$ مماس باشد.	۲
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	دایره A به مرکز $O(-1,2)$ و شعاع یک و دایره $B: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ را در نظر بگیرید. وضعیت دو دایره A و B را نسبت به هم مشخص کنید. (خارج کشور)	۳
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	معادله گسترده دایره $C(O,R)$ به شکل $x^2 + y^2 + 2y - 4x - 4 = 0$ است. الف) مختصات مرکز و شعاع دایره C را محاسبه کنید. ب) آیا نقطه $A(0,3)$ روی محیط دایره C قرار دارد؟ چرا؟	۴
۱ نمره	دی ۱۴۰۱	معادله گسترده دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.	۵
۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	اگر دو دایره به معادله های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید.	۶
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	وضعیت خط $3x + 4y = 0$ را نسبت به دایره به معادله $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$ مشخص کنید.	۷

بیضی

۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله ی کانونی ۶ برابر است.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به ترتیب 10 و 8 باشد: الف) مقدار $A'F$ را به دست آورید. (F کانون بیضی است.) ب) مساحت مثلث هاشور خورده (مثلث BFA') چقدر است؟ 	۲

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	مشخص کنید کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است. (خارج کشور) هر چه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی کشیده تر است.	۳
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر در یک بیضی داشته باشیم: $a = 5$ و $b = 3$ ، اندازه‌ی فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید.	۴
۰/۷۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	 <p>در بیضی مقابل، فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید. (F' و F کانون های بیضی هستند.)</p>	۵
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	<p>اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(4,0)$ و مختصات رأس $B(0,3)$ باشد:</p>  <p>الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث MFF' را بیابید.</p>	۶
۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	<p>در بیضی مقابل، کانون ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می باشد.</p>  <p>الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله‌ی قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث BFF' را بنویسید.</p>	۷
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی، نقاط $(1,-2)$ و $(1,6)$ است. اگر خروج از مرکز این بیضی $\frac{1}{2}$ باشد. فاصله‌ی کانونی آن را بیابید.	۸

فصل هفتم

((ریاضی ۳))



درس ۱: یادآوری مفاهیم مرتبط با احتمال

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	مشخص کنید کدام یک از جمله‌ی زیر درست و کدام نادرست است. دو پیشامد A و B مستقل اند، هرگاه تساوی $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ برقرار است.	۱
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	جمله‌ی زیر را کامل کنید. هرگاه برای دو پیشامد A و B ، داشته باشیم، $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ ، آنگاه دو پیشامد A و B ، هستند.	۲

فصل هفتم

((ریاضی ۳))



درس ۲: احتمال کل

۲ نمره	خرداد ۱۴۰۱	دو ظرف یکسان داریم، اولی شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس از ظرف دوم یک مهره به تصادف بیرون می آوریم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۱	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن داشته باشد، به چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ (خارج کشور)	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۱	چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه ی مهره قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. در ظرف چهارم هیچ مهره ی قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟	۳
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۱	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟	۴
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی اول و B مجموعه ی اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots$ باشند، آنگاه A و B و C یک افراز روی مجموعه ی اعداد طبیعی است.	۵
۱/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مدرسه ی A ، سه برابر مدرسه ی B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه ی A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه ی B ، معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه ی دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم. الف: با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه ی A و با چه احتمالی از مدرسه ی B است؟ ب: با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟	۶
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	دو جعبه داریم، درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه ی دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آنها معیوب است. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد، لامپ مورد نظر سالم باشد؟	۷

فصل اوّل

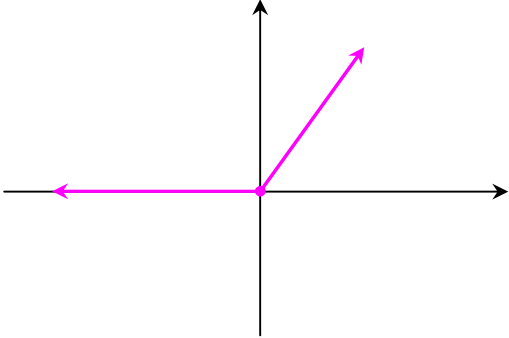
((ریاضی ۳))



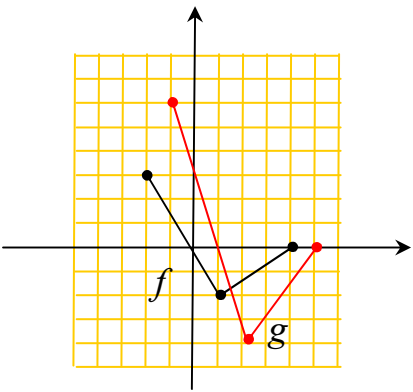
درس ۱ : توابع چند جمله ای

۱	درست، بیشترین توان متغیر برابر ۲ است.
۲	درست، مطابق تعریف این تابع یک تابع چند جمله ای درجه ۳ است.
۳	الف) درست، زیرا $y = 2x(1 - 3x^2) + 1 = 2x - 6x^3 + 1$ ب) نادرست. در این فاصله، نمودار تابع $y = x^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = x^3$ است.
۴	درست، طبق تعریف تابع چند جمله ای، این تابع، یک تابع چند جمله ای می باشد.

توابع یکنوا

۱	درست، تابع $f(x) = x^3$ ، همواره اکیداً صعودی است.
۲	$f(x) = x + x = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$  <p>مشاهده می شود که تابع f در بازه $(-\infty, 0]$ ثابت و در بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است. به طور کلی تابع f در $(-\infty, +\infty)$ صعودی است.</p>
۳	نادرست، ممکن است، تابع یک به یک نباشد. تابع اکیداً یکنوا یک به یک است.
۴	درست، در واقع، بیشمار تابع ثابت (موازی محور طول ها) وجود دارد.
۵	نادرست، تابع $y = \frac{1}{x}$ ، در دامنه اش نه صعودی و نه نزولی است..

تبدیل نمودار توابع

۱	<p>طبق ویژگی‌های تبدیلات عرض نقاط نمودار تابع f ابتدا در -۲ ضرب می‌شوند و سپس با ۳ جمع می‌شوند. لذا برد تابع بدین شکل تغییر خواهد کرد.</p> $۱ \leq -۲y + ۳ < ۹ \rightarrow -۲y + ۳ \geq ۱ \rightarrow -۲y \geq -۲ \xrightarrow{+۳} ۹ > -۲y \geq -۲ \xrightarrow{\times(-۲)} ۶ > -۲y \geq -۲ \rightarrow ۳ < y \leq ۱$ <p>لذا گزینه‌ی پ درست است.</p>																				
۲	<p>الف) طول نقاط نمودار تابع f یک واحد اضافه می‌شوند ولی عرض نقاط دو برابر می‌شود.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">f</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-۲</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۴</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">۳</td> <td style="text-align: center;">-۲</td> <td style="text-align: center;">۰</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">↓</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">g</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-۱</td> <td style="text-align: center;">۲</td> <td style="text-align: center;">۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">۶</td> <td style="text-align: center;">-۴</td> <td style="text-align: center;">۰</td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: right;">ب) $[-۱, ۵]$</p>	f	x	-۲	۱	۴		y	۳	-۲	۰	g	x	-۱	۲	۵		y	۶	-۴	۰
f	x	-۲	۱	۴																	
	y	۳	-۲	۰																	
g	x	-۱	۲	۵																	
	y	۶	-۴	۰																	
۳	<p>طول نقاط دو برابر می‌شود ولی عرض نقاط تغییر نمی‌کند.</p> $-۱ < x \leq ۳ \xrightarrow{\times ۲} -۲ < \frac{x}{۲} \leq ۶ \Rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶]$ $R_{f(\frac{x}{۲})} = R_f = (۰, ۲]$																				
۴	<p>$(-۱, ۴)$، زیرا فقط طول نقطه را نصف می‌کنیم.</p>																				
۵	<p>با توجه به مفاهیم تبدیل نمودار توابع می‌توان نوشت، $y = ۲\sqrt{x-۳}$</p>																				

فصل اوّل

((ریاضی ۳))



درس ۲: ترکیب توابع

$x = 3$ $\rightarrow 2x - 2 = 2(3) - 2 = 4$ $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} = \frac{4}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{3}$	۱
$f(x) = \frac{x+2}{x-3} \xrightarrow{x-3=0 \rightarrow x=3} D_f = R - \{3\}$ $g(x) = \sqrt{x-1} \xrightarrow{x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1} D_g = [1, +\infty)$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \neq 3\} = [1, +\infty) - \{10\}$	۲
$D_f = \{0, 5, 3, -2\}$ $D_g = \{1, 3, 9, -1, 7\}$ $f(0) = -1 \in D_g \rightarrow g(f(0)) = g(-1) = 4$ $f(5) = 9 \in D_g \rightarrow g(f(5)) = g(9) = 0$ $f(3) = 7 \in D_g \rightarrow g(f(3)) = g(7) = 7$ $f(-2) = 4 \notin D_g \rightarrow \times$ $D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f : f(x) \in D_g\} = \{0, 3, 5\}$ $g \circ f = \{(0, 4), (3, 7), (5, 0)\}$	۳
الف) $D_f = R$ و $D_g = [-3, +\infty)$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -3 \mid \sqrt{x+3} \in R\} = [-3, +\infty)$ ب) $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = \sqrt{6}$	۴
الف) $D_{f \circ g} = \{x \in R \mid x-1 \geq -1\} = \{x \in R \mid x \geq 0\} = [0, +\infty)$ ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x-1) = \sqrt{(x-1)+1} = \sqrt{x}$	۵
$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \xrightarrow{f(g(x)) = 4x^2 + 1} \frac{g(x)}{2} - 1 = 4x^2 + 1$	۶

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم علوم تجربی

$$\rightarrow g(x) - 2 = 8x^2 + 2 \rightarrow g(x) = 8x^2 + 4$$

فصل اول

((ریاضی ۳))



درس ۳: تابع وارون

$f(2) = 3 \rightarrow f^{-1}(3) = 2$	۱
<p style="text-align: center;">کافی است که نشان دهیم، $(fog)(x) = x$ و $(gof)(x) = x$</p> $(fog)(x) = f(g(x)) = f\left(-\frac{2x+6}{7}\right) = -\frac{7}{2}\left(-\frac{2x+6}{7}\right) - 3 = \frac{2x+6}{2} - 3 = \frac{2x}{2} = x$ $(gof)(x) = g(f(x)) = g\left(-\frac{7}{2}x - 3\right) = -\frac{2\left(-\frac{7}{2}x - 3\right) + 6}{7} = -\frac{(-7x - 6) + 6}{7} = x$	۲
$y = \sqrt[3]{x}$	۳
$f(x) = 2x^3 - 1 \rightarrow f^{-1}(15) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = 15 \rightarrow 2\alpha^3 - 1 = 15 \rightarrow \alpha = 2$	۴
$(fof^{-1})(5) = 5$: پس ، $(fof^{-1})(x) = x$ می دانیم که	۵
<p>تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ، یک سهمی است و دامنه‌ی آن ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. این تابع در دامنه اش یک به یک نیست و وارون پذیر نمی باشد، ولی در بازه‌ی $[-2, +\infty)$ یک به یک و وارون پذیر است.</p> $f(x) = x^2 + 4x + 3 \rightarrow f(x) = (x^2 + 4x + 4) - 1 \rightarrow f(x) = (x+2)^2 - 1$ <p>رأس سهمی $(-2, -1)$ ، می باشد. برد این تابع نیز به شکل $R_f = [-1, +\infty)$ است.</p> <p>برای تعیین وارون تابع ، به شکل زیر عمل می کنیم.</p> $y = (x+2)^2 - 1$ $\xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = (y+2)^2 - 1 \rightarrow x+1 = (y+2)^2 \rightarrow \sqrt{x+1} - 2 = y$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2$ $D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$	۶

فصل دوم

((ریاضی ۳))



درس ۱ : توابع متناوب

<p>چون برد تابع $y = a \sin(bx) + c$ بازه‌ی $[-4, 4]$ است. پس:</p> <p style="text-align: center;">$\max(f) = 4$ و $\min(f) = -4$</p> <p style="text-align: right;">از طرفی می توان نوشت :</p> $a = \pm \frac{\max(f) - \min(f)}{2} = \pm \frac{4 - (-4)}{2} = \pm 4$ $b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ $c = \frac{\max(f) + \min(f)}{2} = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$ <p style="text-align: right;">پس می توان گفت که این تابع به یکی از شکل های زیر است.</p> <p>$f(x) = 4 \sin \pi x$ یا $f(x) = -4 \sin \pi x$</p>	۱
<p>مقدار ماکزیمم $\max(f) = a + c = 2 + 1 = 3$</p> <p>مقدار می نیمم $\min(f) = - a + c = -2 + 1 = -1$</p> <p>دوره‌ی تناوب $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\pi}$</p>	۲
<p>دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\pi} = 2$</p> <p>مقدار ماکزیمم $\max(f) = a + c = 3 + 2 = 5$</p> <p>مقدار می نیمم $\max(f) = - a + c = -3 + 2 = -1$</p>	۳
<p>دوره تناوب $2T = \frac{4\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = 4\pi \rightarrow T = 2\pi$</p> $b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ $c = \frac{M + m}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$	۴

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم علوم تجربی

$a = \pm \frac{M - m}{2} = \pm \frac{4 - (-2)}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$ <p>در این صورت داریم $y = 3 \cos x + 1$ یا $y = -3 \cos x + 1$ که با بررسی نقاط واضح است که پاسخ $y = 3 \cos x + 1$ قابل قبول نیست.</p>	
$T = 4\pi - 0 = 4\pi \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{ b }} \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ $a = \pm \frac{M - m}{2} = \pm \frac{3 - (-1)}{2} = \pm 2 \rightarrow a = \pm 2$ <p>با توجه به نمودار تابع، مقدار ab باید عددی منفی شود، بنابراین $ab = -1$ باشد.</p>	۵
<p>مقدار ماکزیمم $\max(f) = a + c = -1 + \sqrt{3}$</p> <p>مقدار می نیمم $\min(f) = - a + c = -(-1) + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$</p> <p>دوره‌ی تناوب $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$</p>	۶

تابع تانژانت

<p>نادرست، دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر $T = \pi$ است.</p>	۱
--	---

فصل دوم

((ریاضی ۳))



درس ۲: معادلات مثلثاتی

$\sin 2x = \sin x \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">$k \in Z$: روش اول</p> <p style="text-align: right;">$k \in Z$: روش دوم</p> $\sin 2x = \sin x \rightarrow \sin 2x - \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x - \sin x = 0$ $\rightarrow \sin x(2 \cos x - 1) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \\ 2 \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{3}} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۱
$2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0 \rightarrow \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} & k \in Z \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$	۲
$(1 - 2 \sin^2 x) - 3 \sin x + 4 = 0 \rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} \rightarrow \times \\ \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$	۳
$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k \in Z} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	۴

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایهی دوازدهم علوم تجربی

$\cos 2x - \cos x = 0 \rightarrow \cos 2x = \cos x$ $\rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} 2x - x = 2k\pi \rightarrow x = 2k\pi \\ 2x + x = 2k\pi \rightarrow 3x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$ <p>با انتخاب مقادیر صحیح برای k به سادگی معلوم می شود که $x = \frac{2\pi}{3}$، تنها جواب این معادله، در بازه $(0, \pi)$ می باشد.</p>	۵
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$ $\alpha = \frac{\pi}{3} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases} ; k \in Z$	۶
<p>نادرست، خط $y = \frac{1}{2}$، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$، در دو نقطه قطع می کند. به نمودار زیر توجه کنید.</p>	۷

روابط مثلثاتی

$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha) \xrightarrow{\alpha=15^\circ} \cos^2(15) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2(15))$ $\rightarrow \cos^2(15) = \frac{1}{2}(1 + \cos(30))$ $\rightarrow \cos^2(15) = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ $\rightarrow \cos^2(15) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)$ $\rightarrow \cos^2(15) = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$	۱
--	---

$\rightarrow \cos(15) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$	
$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos(2 \times 15) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	<p>درست ، زیرا ؛</p> <p>۲</p>

فصل سوم

((ریاضی ۳))



درس ۱: تقسیم چند جمله ای ها

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $R = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 18 - 15 + 1 = 4$	۱
---	---

حد های مبهم

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{\frac{1}{2}(2x-6)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{2x-1} = \frac{3-2}{2(3)-1} = \frac{1}{5}$	۱
$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-3}{x} = \frac{-6}{-3} = 2$	۲
$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{x - 9} \times \frac{1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{1}{\sqrt{9} - 3} = \frac{1}{6}$	۳
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{(1+1)(\sqrt{1} + 1)} = \frac{1}{4}$	۴
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(\sqrt[3]{x})^3 - (1)^3} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x - 1} \times (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1) = 3$	۵

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم علوم تجربی

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x+1)-4}{x-1} \times \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{x-1} \times \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{x-1} \times \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \times \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2} = 3 \times \frac{1}{2+2} = \frac{3}{4}$	۶
--	---

همسایگی یک نقطه

	درست ۱
--	--------

فصل سوم

((ریاضی ۳))



درس ۲: حد بینهایت و حد در بی نهایت

<p style="text-align: right;">با توجه به نمودار داده شده، واضح است که</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$</p>	۱
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$	۲
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$</p>	۳
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2})^+} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{5x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$</p>	۴
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$</p>	۵
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{3x^2-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{3x^2} = \frac{2}{3}$	۶
<p style="text-align: right;">خیر، وجود ندارد. می دانیم که</p> <p>$[x] - 1 = 0 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 1 \leq x < 2$</p> <p>$D_f = R - [1, 2)$</p> <p>لذا تابع در همسایگی راست $x = 1$ تعریف نشده است. از اینجا نتیجه می شود که $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}$ نمی تواند معنی داشته باشد.</p>	۷
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{0-2}{ \sin(0^-) } = \frac{-2}{ 0^- } = \frac{-2}{0^+} = -\infty$</p>	۸

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایهی دوازدهم علوم تجربی

$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^2 = 4(-\infty)^2 = +\infty$	
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>	<p>با توجه به نمودار داده شده، داریم: ۹</p>
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2-x } = \frac{3}{0^+} = +\infty$	<p>۱۰</p>

فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق

$m_a > 0$ و $m_b = 0$ و $m_c < 0 \rightarrow m_a > m_b > m_c$	۱
<p style="text-align: right;">لذا گزینه‌ی پ درست است.</p>	
<p>الف) A ب) C</p>	۲
<p>الف) معادله‌ی خط گذرا از مبدأ مختصات و نقطه‌ی A را می‌نویسیم.</p> $y = \frac{4}{2}x \rightarrow y = 2x$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) \xrightarrow{m=2} f'(2) = 2$	۳
<p style="text-align: right;">$m_A > m_B$ (ب)</p>	
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \times \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5 \times f'(2)$	۴

مشتق تابع در یک نقطه

	۱
--	---

فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۲: مشتق پذیری یک تابع در یک نقطه

۱	<p>تابع در نقطه‌ی $x = 0$ پیوسته بوده و همچنین مشتق راست و چپ تابع در این نقطه برابرند.</p> $f'(x) = \begin{cases} a & x < 0 \\ 2x + 3 & x \geq 0 \end{cases}$ <p>$f'_+(0) = 2(0) + 3 = 3$ و $f'_-(0) = a$</p> <p>$\Rightarrow a = 3$</p>
۲	<p>ابتدا تابع را به صورت زیر می نویسیم.</p> $f(x) = x^2 - 1 = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ -(x^2 - 1) & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ <p>اکنون پیوستگی تابع و مشتق های یک طرفه را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی می کنیم.</p> <p>حد راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = (1)^2 - 1 = 0$</p> <p>حد چپ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -(1)^2 + 1 = 0$</p> <p>مقدار $f(1) = (1)^2 - 1 = 0$</p> <p>مشتق راست $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 - 1) - (0)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$</p> <p>مشتق چپ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1) - (0)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2$</p> <p>تابع در نقطه‌ی $x = 1$ پیوسته است ولی چون مشتق های یک طرفه در این نقطه برابر نیستند، لذا تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>
۳	<p>مماس قائم</p>

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایهی دوازدهم علوم تجربی

$f(x) = x^2 - 1 = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ -(x^2 - 1) & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ $f(1) = -(1^2 - 1) = 0$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 - 1) - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$ <p>معادله‌ی نیم مماس $y = 2(x - 1) + 0 \rightarrow y = 2x - 2$</p>	۴
نادرست	۵
<p>الف) خیر ، زیرا در این نقطه پیوسته نمی باشد. ب) بله، در تمام نقاط بازه‌ی $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. پ)</p> $x \geq 2 ; f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(\sqrt{x-1} + 2) - 3}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(\sqrt{x-1} - 1)(\sqrt{x-1} + 1)}{(x - 2)(\sqrt{x-1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} = \frac{1}{2}$	۶

تابع مشتق

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{x(x+h)}}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{hx(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = \frac{-1}{x(x+0)} = -\frac{1}{x^2}$	۱
---	---

محاسبه‌ی مشتق تابع

$(f \times g)'(2) = f'(2)g(2) + g'(2)f(2) = (5)(8) + (-6)(3) = 40 - 18 = 22$	۱
<p>کافی است به صورت همزمان فرمول های زیر را بکار بگیریم.</p> $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ $y = \sqrt{u} \rightarrow y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	۲

$f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}} \rightarrow f'(x) = \frac{\frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}}$	
<p>۱۶، زیرا مطابق فرمول های مشتق گیری می توان نوشت</p> $(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 3(3) + 2(5) = 6 + 10 = 16$	۳
<p>الف) $f(x) = (x^2 - \sqrt{x} + 1)^4 \rightarrow f'(x) = 4(2x - \frac{1}{2\sqrt{x}})(x^2 - \sqrt{x} + 1)^3$</p> <p>برای مشتق گیری از این تابع از فرمول زیر استفاده شد.</p> $y = au^n \rightarrow y' = anu'u^{n-1}$ <p>ب) $g(x) = \frac{3x^2 + x - 1}{2x - 3} \rightarrow g'(x) = \frac{(6x+1)(2x-3) - (2)(3x^2+x-1)}{(2x-3)^2}$</p> <p>برای مشتق گیری از این تابع از فرمول زیر استفاده شد.</p> $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$	۴
<p>الف) $f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+3)}{(x+4)^2}$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2+2x) + (2x+2)(\sqrt{3x+1})$</p>	۵
<p>الف) $f(x) = x^3 - x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$</p> <p>ب) $g'(x) = 3\left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2}\right)\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^2$</p>	۶
<p>الف) $f'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3+4) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$</p> <hr/> <p>$y = u.v \rightarrow y' = u'.v + v'.u$ و $y = \sqrt{u} \rightarrow y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2}$</p> <hr/> <p>$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$</p> <p>پ) $h'(x) = 4(1 \cdot x^4)(2x^5 - 1)^3$</p> <hr/> <p>$y = u^n \rightarrow y' = nu'u^{n-1}$</p>	۷

پایه دوازدهم علوم تجربی پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳

۸	<p>الف) $f(x) = \frac{(2x-1)^4}{x^3+8} \rightarrow f'(x) = \frac{4(2)(2x-1)^3(x^3+8) - 3x^2(2x-1)^4}{(x^3+8)^2}$</p> <hr/> <p>$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ و $y = u^n \rightarrow y' = n u' u^{n-1}$</p> <p>ب) $g(x) = \sqrt[3]{2x+1} \rightarrow g(x) = \sqrt[3]{(2x+1)^1} \rightarrow g'(x) = \frac{1(2)}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$</p> <hr/> <p>$y = \sqrt[n]{u^m} \rightarrow y' = \frac{mu'}{m\sqrt[n]{u^{m-n}}}$</p>
---	---

مشتق تابع مرکب و قاعده ی زنجیری

۱	
---	--

مشتق پذیری تابع در یک فاصله

۱	نادرست
---	--------

مشتق مرتبه ی دوم تابع در یک نقطه

۱	-۶؛ زیرا
<p>$f(x) = -x^3 \rightarrow f'(x) = -3x^2 \rightarrow f''(x) = -6x$ $\rightarrow f''(1) = -6(1) = -6$</p>	

فصل چهارم

((ریاضی ۳))



درس ۳: آهنگ تغییر

$f(5) = (5)^2 - (5) + 10 = 30$ $f(0) = (0)^2 - (0) + 10 = 10$ $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ <p style="text-align: right;">سرعت متوسط</p> $f'(t) = 2t - 1 \rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$ <p style="text-align: right;">سرعت لحظه ای</p>	۱
$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{600 - 480}{3 - 2} = 120$ <p style="text-align: right;">(الف)</p> <p style="text-align: right;">(ب) زیرا شیب خط مماس بر نمودار تابع به تدریج افقی می شود.</p>	۲
$\text{آهنگ متوسط} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 50}{25} = \frac{7}{5}$	۳
$h(4) = -4(4)^2 + 40(4) = -64 + 160 = 96$ $h(2) = -4(2)^2 + 40(2) = -16 + 80 = 64$ $\text{سرعت متوسط} \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$ $h'(t) = -8t + 40 \xrightarrow{h'(t)=16} -8t + 40 = 16 \rightarrow t = 3$ <p style="text-align: right;">(ب)</p>	۴
$f(x) = 2x^2 + 5x + 1 \rightarrow f'(x) = 4x + 5 \rightarrow f'(2) = 4(2) + 5 = 13$ $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$ <p style="text-align: right;">پس آهنگ تغییر لحظه ای تابع در نقطه‌ی $x = 2$، 13 برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[-2, 0]$ است.</p>	۵

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم علوم تجربی

آهنگ متوسط تغییر $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4$

$$f'(t) = 2t + 2$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر $f'(t) = 4 \rightarrow 2t + 2 = 4 \rightarrow t = 1$

۶

فصل پنجم

((ریاضی ۳))



درس ۱: بررسی یکنوایی توابع و تعیین اکسترم های آن

$f'(x) = x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{f'(x)=0} x^2 - 2x - 3 = 0$ $\rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow x=3, x=-1$ <table style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{7}{3}$ max</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\frac{25}{3}$ min</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	o	-	o	+	$f(x)$		↗	↘	↗				$\frac{7}{3}$ max	$-\frac{25}{3}$ min			۱
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$																				
$f'(x)$	+	o	-	o	+																			
$f(x)$		↗	↘	↗																				
		$\frac{7}{3}$ max	$-\frac{25}{3}$ min																					
$f(x) = x^3 - 12x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x=2, x=-2$ <table style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-top: 10px;">تابع در بازه های $(-\infty, 2)$ و $(2, +\infty)$ اکیدا صعودی است.</p>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	f'	+	o	-	o	+	f	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$	۲						
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$																				
f'	+	o	-	o	+																			
f	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$																			
$f(x) = -2x^3 + 6x + 11 \rightarrow f'(x) = -6x^2 + 6 \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 6 = 0$ $\rightarrow -6x^2 = -6 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ <table style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-top: 10px;">پس تابع در بازه ی $(-1, 1)$ اکیدا صعودی است.</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	o	+	o	-	$f'(x)$	↘	↗	↘	↘		۳						
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																				
$f'(x)$	-	o	+	o	-																			
$f'(x)$	↘	↗	↘	↘																				

نقاط بحرانی

$y = x^3 - 3x + 2 \rightarrow y' = 3x^2 - 3 \xrightarrow{y'=0} x = 1, x = -1$ نقطه‌ی $x = 1$ نقطه‌ی بحرانی است. $x = 0 \rightarrow y = (0)^3 - 3(0) + 2 = 2 \rightarrow A(0, 2)$ $x = 1 \rightarrow y = (1)^3 - 3(1) + 2 = 0 \rightarrow B(1, 0)$ مینیمم مطلق $x = 2 \rightarrow y = (2)^3 - 3(2) + 2 = 4 \rightarrow C(2, 4)$ ماکزیمم مطلق	۱																									
درست	۲																									
$f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 3(2)^2 + 2b(2) = 0 \rightarrow x = -3$ $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ $\xrightarrow{f(2)=1} 1 = (2)^3 + (-3)(2)^2 + d \rightarrow 1 = 8 - 12 + d \rightarrow d = 5$	۳																									
درست، زیرا در این نقطه یا مشتق برابر صفر است و یا اینکه تابع مشتق پذیر نمی باشد.	۴																									
$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 6x + 12 = 0$ $\xrightarrow{\div(-6)} x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x+1)(x-2) = 0 \rightarrow x = -1, x = 2$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>-16</td> <td>11</td> <td>$-\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">↙ ↘</td> <td style="text-align: center;">↙ ↘</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">max</td> <td style="text-align: center;">min</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	$+$	$-$		$f(x)$	$+\infty$	-16	11	$-\infty$			↙ ↘	↙ ↘				max	min		۵
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$																						
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$																							
$f(x)$	$+\infty$	-16	11	$-\infty$																						
		↙ ↘	↙ ↘																							
		max	min																							

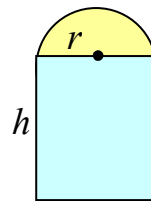
فصل پنجم

((ریاضی ۳))



درس ۲: بهینه سازی

$\Delta x - y = 10 \rightarrow y = \Delta x - 10$ $P = xy \rightarrow P = x(\Delta x - 10) \rightarrow P = \Delta x^2 - 10x$ تابع حاصل ضرب $P'(x) = 10x - 10 \xrightarrow{P'(x)=0} 10x - 10 = 0 \rightarrow x = 1$ $y = \Delta x - 10 \xrightarrow{x=1} y = \Delta(1) - 10 = -9$	۱
$V = x(30 - 2x)^2 \rightarrow V' = (30 - 2x)^2 + 2x(-2)(30 - 2x)$ $\xrightarrow{V'=0} (30 - 2x)^2 + 2x(-2)(30 - 2x) = 0$ $\rightarrow (30 - 2x)(30 - 2x - 4x) = 0 \rightarrow (30 - 2x)(30 - 6x) = 0$ $\rightarrow x = 15, \quad x = 5$ <p style="text-align: right;">مقدار $x = 15$ قابل قبول است.</p>	۲
$y = 8 - x \rightarrow S(x) = -x + 8x \xrightarrow{S'(x)=0} -2x + 8 = 0 \quad x = 4$ $\rightarrow y = 4$	۳
$x - y = 10 \rightarrow y = x - 10$ $p = xy \rightarrow p = x(x - 10) = x^2 - 10x$ $p' = 2x - 10 \xrightarrow{p'=0} 2x - 10 = 0 \rightarrow x = 5$ $y = x - 10 = 5 - 10 = -5$	۴
$2h + 2r + \pi r = 6 \rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2}$ $S = 2rh + \frac{1}{2}\pi r^2$ $S(r) = 2r\left(\frac{6 - 2r - \pi r}{2}\right) + \frac{1}{2}\pi r^2 = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2$ $S'(r) = 6 - 4r - \pi r \rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi}$	۵



پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم علوم تجربی

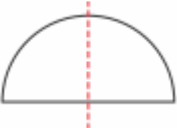
$h = \frac{\epsilon - r(\gamma - \pi)}{2} = \frac{\epsilon - \left(\frac{\epsilon}{4 + \pi}\right)(\gamma - \pi)}{2} = \frac{\epsilon}{4 + \pi}$	
<p>ابتدا با شرایط داده شده ، یک تابع تشکیل می دهیم.</p> $y - x = \lambda \rightarrow y = \lambda + x$ $P = xy \rightarrow P = x(\lambda + x) \rightarrow P = \lambda x + x^2$ $P' = \lambda + 2x \xrightarrow{P'=0} \lambda + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{\lambda}{2}$ $\rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\lambda}{2} \\ y = \lambda + x = \lambda + \left(-\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$	۶

فصل ششم

((ریاضی ۳))



درس ۱ : تفکر تجسمی (دوران و برش)

نادرست، جسم حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، استوانه است.	۱
	۲ نیم کره
سطح مقطع	۳

مقاطع مخروطی

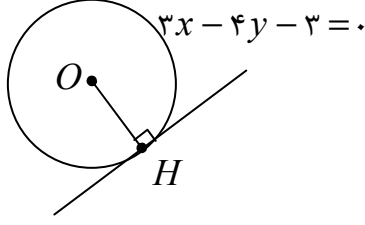
دایره ؛ در این حالت ، سطح مخروطی حاصل ، دایره است.	۱
--	---

فصل ششم

((ریاضی ۳))



درس ۲: دایره

<p>نقطه ای روی محیط دایره قرار دارد، هرگاه مختصات آن در معادله‌ی دایره صدق کند. نقطه ای $(۱,۰)$ این ویژگی را دارد.</p> $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \rightarrow (1)^2 + (0)^2 - 2(1) + 4(0) + 1 = 0$ $\rightarrow 1 + 0 - 2 + 0 + 1 = 0 \rightarrow 0 = 0$ <p>لذا گزینه‌ی ب درست است.</p>	<p>۱</p>
<p>فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره با اندازه‌ی شعاع دایره برابر است:</p> $OH = R \rightarrow R = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\rightarrow R = \frac{ 3(0) - 4(3) - 3 }{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$  <p>لذا معادله‌ی دایره به شکل زیر خواهد شد.</p> $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 9$	<p>۲</p>
<p>$A: \begin{cases} O(-1, 2) \\ R_1 = 1 \end{cases}$</p> $B: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} O_2(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow O_2(1, -2) \\ R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \end{cases}$ <p>خط المکزین $d = O_1O_2 = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$</p> <p>$R_1 + R_2 = 1 + 2 = 3$</p> <p>$\Rightarrow R_1 + R_2 < d$ پس دو دایره متخارج هستند.</p>	<p>۳</p>
<p>مرکز دایره $O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (2, -1)$</p>	<p>۴</p>

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی درس ریاضی ۳ پایهی دوازدهم علوم تجربی

$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} - 4c = 3$ اندازهی شعاع دایره (ب) خیر، زیرا $(0)^2 + (3)^2 + 2(3) - 4(0) - 4 \neq 0$	
$\begin{cases} \alpha = -\frac{a}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \\ \beta = -\frac{b}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{cases} \rightarrow O(-1, -1)$ مختصات مرکز دایره $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} - 4c = \frac{1}{2} \sqrt{(2)^2 + (2)^2} - 4(-1) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{10}$ اندازهی شعاع دایره	۵
$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \rightarrow O(-1, 2)$, $R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4} = 2$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 \rightarrow O'(2, -1)$, $R' = m$ $OO' = \sqrt{(2+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ $OO' = R + R' \rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2$ $\rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2$	۶
ابتدا با استفاده از معادلهی داده شده $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$ ، مختصات مرکز و شعاع دایره را تعیین می کنیم. اندازهی شعاع دایره $R = \sqrt{9} = 3$ مختصات مرکز دایره $O(2, -2)$ اکنون فاصلهی مرکز دایره را تا خط داده شده، تعیین و با شعاع دایره مقایسه می کنیم. $OH = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3(2) + (4)(-2) + (0) }{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{ 6 - 8 }{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$ چون اندازهی شعاع دایره بزرگتر از فاصلهی مرکز دایره تا خط می باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.	۷

بیضی

$AA' = 2a = 8 \rightarrow a = 4$ $FF' = 2c = 6 \rightarrow c = 3$ $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$ خروج از مرکز بیضی	۱
$AA' = 10 \rightarrow 2a = 10 \rightarrow a = 5$ $\rightarrow A'O = a = 5$ $BB' = 8 \rightarrow 2b = 8 \rightarrow b = 4$ $\rightarrow OB = b = 4$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 25 = 16 + c^2 \rightarrow c^2 = 9 \rightarrow c = 3$ $\rightarrow OF = c = 3$ $A'F = A'O + OF = a + c = 5 + 3 = 8$ حال می توان مساحت مثلث $A'BF$ را نیز به شکل زیر به دست آورد.	۲

$S(A'BF) = \frac{1}{2} A'F \times OB = \frac{1}{2} (8) \times (4) = 16$ <p>واحد سطح</p>	
<p>نادرست، هر چه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره شبیه تر است.</p>	۳
$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 25 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4 \rightarrow FF' = 2c = 8$	۴
$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=5, b=3} c = 4 \rightarrow FF' = 2c = 8$	۵
$\begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} a^2 = 9 + 16 \rightarrow a^2 = 25 \rightarrow a = 5 \rightarrow 2a = 10$ <p>طول قطر بزرگ $2a = 10$</p> <p>محیط مثلث $MFF' = MF + MF' + FF' = 2a + 2c = 10 + 8 = 18$</p>	۶
<p>مرکز بیضی وسط کانون های آن است. پس:</p> $\begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases} \rightarrow O(1,3)$ <p>فاصله ی کانونی $FF' = 5 - 1 = 4$</p> <p>قطر کوچک موازی محور عرض ها است و از مرکز بیضی می گذرد، پس معادله ی آن $y = 3$ است.</p> $OB'^2 = OA^2 - OF^2 \rightarrow OB'^2 = (3)^2 - (2)^2 = 5 \rightarrow OB' = \sqrt{5}$ $S = \frac{1}{2} (OB')(FF') = \frac{1}{2} (\sqrt{5})(4) = 2\sqrt{5}$	۷
$\left. \begin{matrix} A(1,6) \\ A'(1,-2) \end{matrix} \right\} \rightarrow AA' = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{64} = 8 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$ $e = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \xrightarrow{a=4} \frac{c}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow c = 2$ <p>فاصله ی کانونی $FF' = 2c = 2(2) = 4$</p>	۸

فصل هفتم

((ریاضی ۳))



درس ۱: یادآوری مفاهیم مرتبط با احتمال

درست، مستقل بودن دو پیشامد A و B معادل با تساوی $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ است.	۱
مستقل؛ تعریف بیان شده ، تعریف دو پیشامد مستقل می باشد.	۲

فصل هفتم

((ریاضی ۳))



درس ۲: احتمال کل

$P(A) = \frac{6}{6+4} \times \frac{5+1}{5+7+1} + \frac{4}{6+4} \times \frac{5}{5+7+1}$ $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$	۱
$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$	۲
<p style="text-align: right;">به کمک نمودار درختی می توان نوشت:</p> $P(R) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} \times 1\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{12}\right) + \left(\frac{1}{4} \times 0\right) = \frac{29}{60}$	۳
$P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11} = \frac{25}{88} + \frac{12}{88} = \frac{37}{88}$	۴
$\{\}$	۵
<p>الف) $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$</p> <p>ب) $P = \frac{3}{4} \times \frac{35}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{15}{100} = \frac{105}{400} + \frac{15}{400} = \frac{120}{400} = \frac{3}{10}$</p>	۶
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>جعبه اول \nearrow</p> <p>جعبه دوم \searrow</p> </div> <div style="margin-right: 20px;"> <p>احتمال سالم بودن \longrightarrow</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$\frac{9}{12}$</p> <p>$\frac{10}{12}$</p> </div> </div> $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{12} = \frac{17}{24}$	۷